MEKANIKA FLUIDA & HIDROLIKA

RPUSTAKAAN
JAWA TIMUR
32
UD
.1

djat s

Penerbit "NOVA"

MEKANIKA-FLUIDA

& HIDROLIKA

Ir. a soedradjat s

Penerbit **NOVA**
d/a. kotak pos 1468 - BANDUNG

23 SEP 1999

PERPUSTAKAAN NASIONAL
11.3.02
533957.09.06.00
PROYEK PELITA
PEMBINAAN
PERPUSTAKAAN
JAWA TIMUR
1999/2000

256 734/PP/P/99

HAK PENULIS DILINDUNGI OLEH UNDANG—UNDANG

DILARANGAN MEMPERBANYAK SEBAGIAN
ATAUPUN SELURUHNYA
DARI BUKU INI DALAM BENTUK STENSIL,
FOTO COPY, ATAU CARA LAIN
TANPA IJIN PENULIS

KATA PENGANTAR

Buku Teori dan Soal-Penyelesaian Mekanika Fluida & Hidrolika ini adalah kumpulan dari soal-soal yang dipakai Penulis sebagai bahan dalam memberikan soal-soal latihan kepada para mahasiswa di University of Technology Malaysia, Kualalumpur, jurusan Sipil.

Oleh Penulis buku ini disusun sedemikian rupa sehingga dalam komposisi soal-soalnya meliputi semua persoalan yang perlu dalam praktek.

Buku ini sudah memakai satuan-satuan yang baru, yaitu SI Units (Systeme Internationale d'Unites), satuan yang sudah mulai dipakai diseluruh negara maju dan juga di negara-negara Commonwealth.

Buku ini mempunyai cukup soal-soal untuk latihan sehingga membuat para mahasiswa trampil dalam memecahkan soal-soal Mekanika Fluida dan Hidrolika dalam menghadapi ujian maupun persoalan dalam praktek.

Terima kasih kepada Ir. Sunggono KH yang telah membantu menyusun, mengoreksi dan telah memungkinkan diterbitkannya buku ini.

Bandung, 1983.

Penulis.

DAFTAR ISI

			Halaman
Bab	I.	Pendahuluan	1
Bab	II.	Tekanan Statis dan Tinggi Tekanan	15
Bab	III.	Tekanan Hidrostatik	35
Bab	IV.	Kestabilan Benda-Benda Terapung	59
Bab	V.	Cairan Dalam Keadaan Seimbang Relatif	87
Bab	VI.	Gerak Benda Cair	95
Bab	VII.	Pengukuran Aliran	115
Bab	VIII.	Pengukuran Aliran Melalui Lubang	135
Bab	IX.	Pengukuran Aliran Dengan Ambang	157
Bab	X.	Tenaga Jet (pancaran)	175
Bab	XI.	Kehilangan Enersi Pada Pipa	207
Bab	XII.	Pengaliran Dalam Pipa dan Persoalannya	225
Bab	XIII.	Pemindahan Daya Melalui Pipa	251
Bab	XIV.	Gesekan Cairan, Kekentalan dan Minyak Landasan Poros	267
Bab	XV.	Aliran Air Pada Tinggi Permukaan Yang Berbeda	281
Bab	XVI.	Aliran Beraturan Pada Saluran Terbuka	303

BAB I
PENDAHULUAN

I. 1. PEDOMAN

Hidrolika dan Mekanika Fluida adalah bagian daripada mekanika terpakai (Applied Mechanics) yang mempelajari statika dan dinamika dari cairan dan gas.
Semua ilmu yang mengenai momentum dan energy dan lain-lainnya yang biasa dipakai pada ilmu mekanika berlaku pula di sini, tetapi mekanika fluida lebih banyak menyelidiki terhadap arus dari cairan.

Hidrolika (Hydraulics dari bahasa Greek/Yunani yang berarti air) adalah ilmu yang mempelajari/menyelidiki tentang pengaliran air, tapi sering pula dipakai untuk jenis cairan lain, misalnya dalam "hydraulic control gear" yang biasanya memakai oli

sebagai cairannya.

Cairan/zat cair tidak mempunyai tahanan yang tetap terhadap gaya yang bekerja padanya, ini mengakibatkan selalu terjadi perubahan bentuk dan mengambil bentuk sesuai dengan tempat pengalirannya.

Perubahan bentuk yang terjadi adalah disebabkan karena gaya-gaya geser yang bekerja, karena itu benda/zat air tersebut mengalir, sebaliknya bila benda cair itu dalam keadaan diam maka berarti tidak terdapat gaya-gaya geser yang bekerja dan semua gaya yang ada selalu tegak lurus terhadap bidang tempat cairan itu berada.

Fluida (Fluids) dibagi dalam dua bagian, yaitu cairan dan gas.

Cairan tak dapat dimampatkan dan bila terdapat di dalam suatu tempat maka cairan itu akan mengambil tempat yang sesuai dengan bentuk tempatnya dan permukaan akan terbentuk suatu batas dengan udara terbuka.

Gas dapat mudah dimampatkan dan dapat mengembang mengisi seluruh ruangan tempat tinggalnya dan tidak membentuk batas tertentu seperti cairan.

Perbedaan antara benda padat dan cairan ialah:

1. pada batas elastisitas tertentu, perubahan benda padat sedemikian rupa sehingga regangan (strain) berbanding lurus dengan tegangan (stress).
2. regangan pada benda padat tidak tergantung dari waktu lamanya gaya bekerja dan apabila batas elastis dari benda padat itu tidak dilampaui, maka bila gaya itu tidak bekerja lagi, perubahan bentuk pun menghilang dan kembali ke bentuk semula, sedangkan pada zat cair akan terus berlangsung perubahan bentuknya selama gaya bekerja dan tidak kembali ke keadaan bentuk semula bila gaya tersebut tidak bekerja lagi.

I. 2. SUSUNAN SATUAN-SATUAN

a. Definisi-definisi:

1. Massa adalah isi dari benda, di mana massa tidak dipengaruhi oleh letaknya benda itu di muka bumi ini.
   Satuan massa : kg massa.
   gr massa.

2. Berat adalah daya tarik bumi kepada suatu benda, yang mana tergantung dari letaknya benda itu di muka bumi. Menurut Helmert:

$$g = 9{,}80632 - 0{,}02593.\ \text{Cos}\ 2\phi - 0{,}0007.\text{Cos}^2\ 2\phi - 2hg/R.\quad m/det^2$$

   di mana g tergantung dari lebar geografis dan tinggi rata-rata di atas permukaan air laut.
   R = jari-jari bumi (6,356909 m pada kutub).
   ϕ = lebar geografis.
   h = tinggi di atas permukaan air laut dalam meter.
   Pada garis khatulistiwa: $\phi = 0 \rightarrow g = 9{,}780\ m/det^2$.
   Pada kutub-kutub: $\phi = 90^o \rightarrow g = 9{,}832\ m/det^2$
   maka untuk perhitungan-perhitungan biasa sudah cukup diambil g = 9,81.
3. "Satuan Absolute" memakai "massa" sebagai satuan pokok, demikian pula susunan The systeme internationale d' unites (SI units).
4. "Satuan Teknis" memakai satuan "gaya" sebagai satuan pokok, maka satuan ini dipengaruhi oleh tempat, apabila bergerak ke luar bumi maka satuan ini menjadi tidak dapat dipakai lagi.

b. Satuan-satuan:

Susunan satuan metrik

Satuan	Susunan teknis (statis)		Susunan dinamis (absolut)	
	Statis besar MKS	Statis kecil cgs	Dinamis besar (atau giorgi)	Dinamis kecil
Gaya	kg(kg-gaya)	gr(gr-gaya)	Newton (N)	dyne
Massa	kg massa (9,81 kg)	gr massa (981 gr)	kg massa	gr massa
Panjang	meter (m)	cm	meter (m)	cm
Waktu	detik	detik	detik	detik

Susunan Satuan Inggris

Satuan	Susunan teknis	Susunan absolut
Gaya	lb force	poundal
Massa	slug	lb mass
Panjang	foot	foot
Waktu	second	second

1 lb = 1 pound

c. **Turunan-turunan dari satuan-satuan:**

1. *Metrik*

Satuan	Susunan teknis		Susunan dinamis (susunan absolut)	
	MKS	cgs	dinamis besar	dinamis kecil
Kecepatan	m/det	cm/det	m/det	cm/det
Percepatan	m/det^2	cm/det^2	m/det^2	cm/det^2
Kerja	kg m	gr cm	N m (Joule)	dyne cm
Tenaga	kg m/det	gr cm/det	N m/det (Watt)	dyne cm/det
Tenaga kuda (HP)	75 kgm/det	$75x10^5$ gr cm/det	75 g Watt	

2. *Satuan Inggris*

Satuan	Susunan teknis	Susunan absolut
Kecepatan	ft/sec	ft/sec
Percepatan	ft/sec^2	ft/sec^2
Kerja	lb force ft	poundal ft
Tenaga	lb force ft/sec	poundal ft/sec

d. **Hubungan dari satuan-satuan :**

1. *Metrik*

1 kg gaya dikerjakan pada benda dengan 1 kg massa, memberi percepatan sebesar 9,81 m/det^2.

1 Newton dikerjakan pada benda dengan 1 kg massa, memberi percepatan sebesar 1 m/det^2.

Jadi: 1 kg gaya = g Newton = 9,81 Newton.

Susunan absolut ke-susunan teknis:

$$1 \text{ Newton} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kg gaya} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kg.}$$

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kg m.}$$

$$1 \text{ Watt} = \frac{1}{9{,}81} \text{ kg m/det} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{1}{75} \text{ HP.}$$

Sebaliknya: 1 kg gaya = 9,81 Newton.
1 kg m = 9,81 Joule.
1 kg m/det = 9,81 Watt.
1 HP = 75 · 9,81 Watt.

2. *Satuan Inggris*

1 lb force dikerjakan pada benda dengan massa 1 lb mass akan memberi percepatan sebesar 32,2 ft/sec^2.

1 Poundal dikerjakan pada benda dengan massa 1 lb mass akan memberi percepatan sebesar 1 ft/sec^2.

Jadi: 1 lb force = 32,2 poundal.
1 slug = 32,2 lb mass.

3. *Hubungan satuan metrik dan satuan Inggris*

1 pound weight = 453,6 gram.
1 pound mass = 453,6 gr massa.
1 foot = 30,48 cm.

Contoh soal:

Bila dalam perkataan sehari-hari disebut benda itu mempunyai berat 35 gram, apakah artinya dilihat dari susunan satuan teknis dan satuan dinamis ?

Jawaban:

	Susunan dinamis		Susunan teknis	
	dinamis kecil	dinamis besar	cgs	MKS
Berat	35 g dyne	0,035g N	35 gr	0,035 kg
Massa	35 gr	0,035 kg	35 gr massa / g	0,035 gr massa / g

Untuk selanjutnya kita memakai: *SI Units.*

e. **Susunan satuan Internasional (SI Units):**

Satuan ini ditetapkan di- Paris pada tahun 1960.
Pada dasarnya ada 6 (enam) satuan pokok, yaitu:

panjang : meter (m).
massa : kilogram (kg).
waktu : detik (sec atau s).
aliran listrik : ampere (A).
temperatur absolut: kelvin (K).
besaran luminasi : candela (cd).

Satuan-satuan yang lainnya adalah turunan dari satuan-satuan pokok di atas.

Satuan-satuan yang biasa terdapat dalam :
Mekanika Fluida dan Hidrolika.
Dalam SI Units.

Tabel 1.

Besaran pisik	Nama SI Unit dan simbol
Gaya	Newton = N = kg m/s^2
Kerja	Joule = J = N m = kg m^2 /s^2
Tenaga	Watt = W = J/s
Luas	m^2
Isi	m^3
Kerapatan	kg/m^3
Kecepatan	m/s
Percepatan	m/s^2
Kecepatan sudut	rad/s
Tekanan	N/m^2
Kekentalan dinamis	Ns/m^2
Kekentalan kinematis	m^2 /s
Momentum	kg m/s
Momen momentum	kg m^2 /s
Momen inersia	kg m^2
Tegangan permukaan	N/m
Young modulus	K N/mm^2

I.3. DIMENSI

a. Satuan-satuan yang dipilih untuk pengukuran, tidaklah mempengaruhi banyaknya yang diukur, misalnya 1 kg air sama dengan isi dan berat 2,2046 lb air, (1 lb = 1 pound).

Kadang-kadang lebih memuaskan tanpa mempergunakan suatu sistem pengukuran, tetapi melakukan pengukuran berdasarkan massa, panjang, waktu, gaya dan temperatur dan lain sebagainya.
Di dalam ilmu gaya, semua ukuran dapat dinyatakan dalam massa(M), panjang(L) dan waktu(T).

misalnya:

$$\text{percepatan} = \frac{\text{jarak}}{(\text{waktu})^2}, \text{ jadi dimensi dari :}$$

$$\text{percepatan} = \frac{\text{dimensi dari jarak}}{(\text{dimensi dari waktu})^2} = \frac{L}{T^2}$$

demikian juga; gaya = massa x percepatan

dimensi gaya = dimensi massa x dimensi percepatan

$$= \frac{ML}{T^2}$$

Dimensi-dimensi dari pengukuran yang biasa dipakai dalam ilmu gaya dapat dilihat di tabel 2.

Tabel 2 :

Nama ukuran	Cara pengukuran	Dimensi
Panjang	pengukuran linear	L
Luas	panjang x panjang	L^2
Isi	luas x panjang	L^3
Momen luas	luas x panjang	L^3
Momen kelembaman	luas x (panjang)^2	L^4
Sudut	busur/jari jari	1
Regangan(strain)	suatu perbandingan	1
Waktu		T
Kecepatan	jarak/waktu	LT^{-1}
Kecepatan sudut	sudut/waktu	T^{-1}
Percepatan	kecepatan/waktu	LT^{-2}
Percepatan sudut	kecepatan sudut/waktu	T^{-2}
Debit	volume/waktu	L^3T^{-1}
Kekentalan kinematis	kekentalan dinamis/kerapatan massa	L^2T^{-1}
Massa		M
Gaya	massa x percepatan	MLT^{-2}
Berat	gaya	MLT^{-2}
Kerapatan massa	massa/isi	ML^{-3}

M I L I K
Perpustakaan Nasional
Propinsi Jawa Timur

Berat jenis	berat/isi	$ML^{-2}T^{-2}$
Tekanan	gaya/luas	$ML^{-1}T^{-2}$
Gaya geser	gaya/luas	$ML^{-1}T^{-2}$
Modulus elastisitas	gaya/regangan	$ML^{-1}T^{-2}$
Impuls	gaya x waktu	MLT^{-1}
Momentum	massa x kecepatan	MLT^{-1}
Kerja(energy)	gaya x jarak	ML^2T^{-2}
Tenaga	kerja/waktu	ML^2T^{-3}
Momen	gaya x jarak	ML^2T^{-2}
Kekentalan dinamis	gaya geser/kecepatan gradient	$ML^{-1}T^{-1}$
Tegangan permukaan	energy/luas	MT^{-2}

b. *Persamaan-persamaan dimensi:*

Apabila suatu persamaan merupakan pernyataan dari sesuatu yang betul-betul ada secara pisik, maka persamaan-persamaan itu haruslah mempunyai dimensi yang sama pada kedua belah tanda sama dengan (=), kalau tidak demikian maka persamaan itu adalah salah.

Misalnya:

Persamaan $v^2 = u^2 + 2as$, di mana v adalah kecepatan akhir yang bergerak pada permulaannya dengan kecepatan u dan kemudian mendapat percepatan sebesar a untuk jarak s.

dimensi untuk kecepatan $v = LT^{-1}$; $u = LT^{-1}$

percepatan $a = LT^{-2}$

jarak $s = L$

jadi dimensi dari $v^2 = (LT^{-1})^2 = L^2T^{-2}$

$u^2 = (LT^{-1})^2 = L^2T^{-2}$

$2as = (LT^{-2}).L = L^2T^{-2}$

ternyata dimensinya sama, jadi berarti persamaan itu benar.

Tetapi ada beberapa rumus praktis yang nampaknya tidak benar secara dimensi, misalnya rumus :

$$Q = 1{,}79BH^{3/2}$$

rumus pengaliran air melalui ambang persegi panjang di mana :

B = lebar; H = tinggi air di atas ambang.

$$Q = 1{,}79\ BH^{3/2}$$

$$L^3T^{-1} = 1{,}79\ LL^{3/2}$$

$$= 1{,}79\ L^{5/2}$$

ada pun sebab dari perbedaan ini karena koefisient 1,79 yang bukannya hanya suatu angka murni melainkan suatu harga sebesar $0{,}57\sqrt{g}$ yang mempunyai dimensi $L^{1/2}T^{-1}$, bilamana dimasukkan ke dalam persamaan menjadi :

$[L^3T^{-1}] = [L^{1/2}T^{-1}]\ [L^{5}/^{2}] = [L^3T^{-1}]$, dimensinya sama.

c. *Penggunaan dimensi untuk menghitung faktor konversi dari satuan-satuan:*

Contoh: koefisien dari kekentalan dinamis air pada temperatur $95^{o}F$ ialah $1{,}505 \times 10^{-5}$ ft slug sec, berapakah nilai itu dalam satuan-satuan:

(a) cgs absolut

(b) satuan dinamis (SI Units)

Jawab: (a)

$$\frac{\eta\ (\text{cgs absolut})}{\eta\ (\text{ft slug sec})} = \frac{[M/LT)}{[M^*/L^*T^*]}$$

$$= \frac{M}{LT} \times \frac{L^*T^*}{M^*}$$

$$\frac{\text{Massa (cgs absolut)}}{\text{Massa (ft slug sec)}} \times \frac{\text{panjang (ft slug sec)}}{\text{panjang (cgs absolut)}} \times \frac{\text{waktu (ft slug sec)}}{\text{waktu (cgs absolut)}}$$

1 slug = 32,2 lb massa = 32,2 x 453,6 gram massa.

1 ft = 30,48 cm.

Jadi:

$$\eta\ (\text{cgs absolut}) = \eta(\text{ft slug sec}) \times \frac{32{,}2 \times 453{,}6}{1} \times \frac{1}{30{,}48} \times \frac{1}{1}$$

$$= \frac{1{,}505 \times 10^{-5} \times 32{,}2 \times 453{,}6}{30{,}48}$$

$$= 7{,}2 \times 10^{-3}\ \text{gram/cm sec.}$$

(b)

$$\frac{\eta\ (\text{SI})}{\eta\ (\text{ft slug sec})} =$$

$$\frac{[M/LT]\ \text{dalam ft slug sec units}}{[M^*/L^*T^*]\ \text{dalam SI units}} = \frac{M}{LT} \times \frac{L^*T^*}{M^*} =$$

$$\frac{\text{Massa (SI)}}{\text{Massa (ft slug sec)}} \times \frac{\text{panjang (ft slug sec)}}{\text{panjang (SI)}} \times \frac{\text{waktu (ft slug sec)}}{\text{waktu (SI)}}$$

1 slug = 32,2 lb mass = 32,2 x 0,4536 kg massa.

1 ft = 0,3048 m.

jadi:

$$\eta(\text{SI}) = \eta\ (\text{ft slug sec}) \times \frac{32{,}2 \times 0{,}4536}{1} \times \frac{1}{0{,}3048} \times \frac{1}{1}$$

$$= 7{,}2 \times 10^{-4}\ \text{kg/m sec.}$$

I.4. SIFAT-SIFAT BENDA CAIR

a. **Kerapatan (density):**

Ada 3 (tiga) macam kerapatan (density) yang harus diketahui perbedaannya:

1. ρ (bahasa Yunani; rho) = kerapatan massa (mass density) ialah satuan massa per satuan isi; kg/m^3.
2. w = berat jenis (specific weight) ialah berat persatuan isi; N/m^3.
3. s = kerapatan relatif (relative density atau specific gravity) ialah perbandingan berat suatu benda terhadap berat air yang mempunyai suhu 4^oC dengan isi yang sama.

b. **Kekentalan (viscosity):**

Benda/zat cair yang dalam keadaan diam tidak menahan gaya geser, akan tetapi bila benda cair itu mengalir maka gaya geser akan bekerja di antara lapisan-lapisan cairan itu dan menyebabkan kecepatan yang berbeda-beda dari lapisan-lapisan cairan.
Kekentalan ialah sifat cairan yang dapat menahan gaya-gaya geser.

Kekentalan dinamis: η (eta, bahasa Yunani) ialah gaya gesek per-satuan luas yang dibutuhkan untuk menggeser lapisan zat cair dengan satu satuan kecepatan terhadap lapisan yang berlekatan di dalam zat cair itu.
Satuannya ialah N sec/m^2 atau kg/m sec.

Kekentalan kinematis: ν (nu, bahasa Yunani) ialah kekentalan dinamis dibagi dengan kerapatan massa.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{(kg/m\ sec)}{(kg/m^3)}$$

$$= (m^2/sec).$$

Kekentalan (η) berkurang apabila suhu dinaikkan, untuk gas terjadi sebaliknya bila suhu naik maka kekentalan pun menjadi naik.
Menurut Poiseuille:

$$\eta = \eta_o \left(\frac{1}{1+at+bt^2}\right)$$

η = kekentalan pada t^o C.
η_o = kekentalan pada 0° C.
a dan b adalah konstanta.

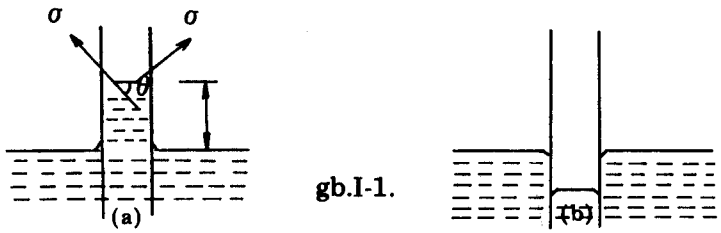
c. **Tegangan permukaan σ (sigma, bahasa Yunani):**

Molekul-molekul zat cair mempunyai daya tarik yang sama ke segala jurusan satu terhadap lainnya, tetapi di permukaan yang berbatasan dengan udara daya tarik ke atas dan ke bawah tidak sama/tidak seimbang. Permukaan cairan berada dalam keadaan seolah-olah berupa satu permukaan elastis yang mendapat tegangan. Tegangan permukaan di sini adalah sama di setiap titik dari permukaan dan bekerja pada bidang yang tegak lurus pada setiap garis di permukaan cairan.

Tegangan pada permukaan tidak dipengaruhi oleh bentuk lengkungan dari permukaan dan besarnya tetap untuk suhu tertentu dalam suatu permukaan yang memisahkan antara 2 jenis zat. Bila suhu naik maka tegangan permukaan akan menurun.

Tegangan permukaan adalah penyebab tetesan cairan berbentuk bulat dan juga menyebabkan tegangan kapiler, yang mengakibatkan cairan naik di dalam pipa kecil, permukaan yang berada di sekitar pipa lebih tinggi daripada yang di tengah untuk cairan yang membasahi dinding pipa, bila cairan yang tidak membasahi dinding pipanya maka cairan itu akan membentuk permukaan sebaliknya, yaitu permukaan sekitar

dinding lebih rendah, dari yang di tengah dan secara keseluruhan cairan dalam pipa akan lebih rendah dari pada cairan di luar pipa. Lihat gb. I-1.



gb.I-1.

Bila θ adalah sudut dari kemiringan perbedaan tinggi permukaan terhadap permukaan horisontal, maka gaya tarik/tegangan permukaan = $\sigma\pi$ d $\cos\theta$; di mana d = diameter pipa.

Bila h = tinggi cairan yang naik.
w = berat jenis cairan.

maka $\sigma\pi$ d $\cos\theta$ = w¼ π d^2 h

$$h = \frac{4\ \sigma \cos\theta}{wd}$$

d. **Kemampuan untuk dimampatkan (compressibility):**

Untuk zat cair hubungan antara perubahan tekanan dengan perubahan isi dinyatakan dengan modulus menyeluruh K (bulk modulus).

$$K = \frac{\text{Perubahan tekanan}}{\text{(perubahan volume/volume asli)}}.$$

BAB II

TEKANAN STATIS dan TINGGI TEKANAN

II.1.

Tekanan cairan dinyatakan dengan : N/m^2

1 Bar = 10^5 N/m^2

a. Suatu massa m sebesar 50 kg ditempatkan di atas sebuah torak yang luasnya A = 100 cm^2.
Berapakah besarnya tekanan pada air yang terletak di bawah torak, bila torak berada dalam keadaan seimbang?

Jawab: Gaya yang bekerja pada torak: G = m g
= 50 x 9,81
= 490,5 N.

Luas torak: $A = 100\ cm^2 = \frac{1}{100} m^2 = 0{,}01\ m^2$.

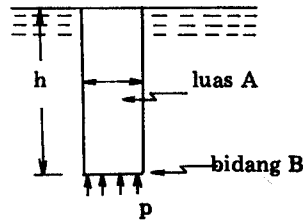
Jadi besarnya tekanan $= \frac{\text{gaya}}{\text{luas}} = \frac{G}{A}$

$= \frac{490{,}5}{0{,}01}$

$= 4{,}905 \times 10^4\ N/m^2$.

b. Berapakah besarnya tekanan p pada kedalaman h di bawah permukaan cairan bila berat jenisnya = w, bila tekanan dipermukaan sama dengan nol.

Jawab:



Gb. II-1.

Lihat gb. II-1.
di mana berat cairan seluas A dalam keadaan seimbang menekan pada bidang B. Karena seimbang maka bidang B mendapat tekanan ke atas sebesar gaya yang sama dengan gaya yang ke bawah.

Gaya-gaya horisontal bekerja pada sisi-sisi tegaknya yang berasal dari cairan di sekelilingnya. Gaya ini tetap horisontal selama tidak ada gaya gesek, cairan yang ditinjau tetap seimbang/diam.

Jadi: $p.A = w.A.h.$

$p = w.h$

Besarnya tekanan di semua titik pada satu bidang horisontal adalah sama besar, bila cairan dalam keadaan diam.

Bila seorang penyelam sedang bekerja pada kedalaman air 18 m (di bawah muka air laut), sedang berat jenis air laut adalah 10.000 N/m^3, maka tekanan yang dia terima adalah

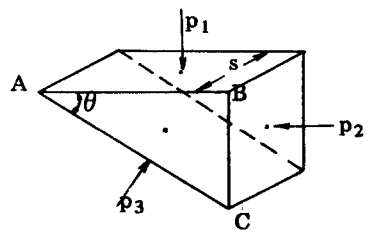
sebesar: $p = w.h$

$= 10000 . 18$

$= 180000\ N/m^2$.

c. Buktikan bahwa besarnya tekanan pada sebuah titik di dalam cairan yang dalam keadaan diam sama besarnya untuk semua arah.

Jawab: Sebuah prisma ABC yang sangat kecil, pada titik yang ditinjau.



gb. II-2.

p_1 = besarnya tekanan di bidang AB per satuan luas.

p_2 = besarnya tekanan di bidang BC per satuan luas.

p_3 = besarnya tekanan di bidang AC yang bersudut θ dengan bidang AB, per satuan luas.

Gaya pada bidang AB $= p_1 x ABxs$

Gaya pada bidang BC $= p_2 x BCxs$

Gaya pada bidang AC $= p_3 x ACxs$

Bila cairan dalam keadaan diam, maka semua gaya berada dalam keadaan seimbang dan tegak lurus pada bidang kerja masing-masing.

Dalam arah tegak, maka:

$$p_1 x ABxs = p_3 \times AC \times s \times \cos\theta$$

$$AB = AC \times \cos\theta$$

$$p_1 = p_3$$

Dalam arah mendatar:

$$p_2 x BCxs = p_3 \times AC \times s \times \sin\theta$$

$$BC = AC \times \sin\theta$$

Jadi: $p_1 = p_2 = p_3$; karena sudut θ adalah sebarang, maka berarti bahwa besarnya tekanan pada setiap titik pada cairan yang dalam

M I L I K
Perpustakaan Nasional
Propinsi Jawa Timur

keadaan diam adalah sama untuk semua arah.

II.2. TINGGI TEKANAN

Tekanan sebesar p pada suatu titik di dalam cairan dapat dinyatakan dengan tinggi h dari cairan tersebut.
Apabila tekanan itu disebabkan oleh alat penekan, maka besarnya tekanan dapat diukur dengan tinggi cairan yang memberi tekanan yang sama.

$$p = w.h$$

di mana w adalah berat jenis cairan.
h disebut tinggi tekanan.

a. Carilah tinggi tekanan h dari air yang tekanannya sama dengan 340000 N/m^2.
Berat jenis air = $9{,}81 \cdot 10^3$ N/m^3.

Jawab: $p = w.h$ jadi

tinggi tekanan air $h = p/w$

$$= \frac{340000}{9{,}81 \cdot 10^3}$$

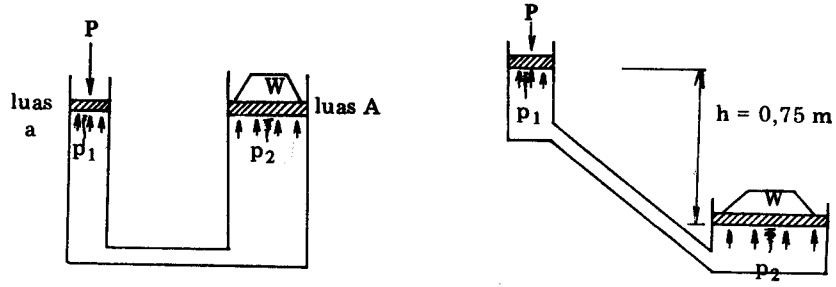
$$= 34{,}7 \text{ m.}$$

II.3. DONGKRAK HIDROLIS

a. Gaya sebesar 850 N menekan pada silinder a pada dongkrak hidrolisnya yang mempunyai luas 15 cm^2, sedangkan silinder yang besar luasnya A = 150 cm^2.

Berapakah berat yang dapat diangkat oleh silinder A apabila:
(a) Silinder terletak pada ketinggian yang sama.
(b) Bila silinder A yang lebih besar berada 0,75 m lebih rendah dari pada silinder yang kecil.

Lihat gambar II-3



Gb. II-3

Jawab:

(a) Gaya P yang bekerja di a menimbulkan tekanan p_1 persatuan luas yang diteruskan ke segala arah melalui cairan.

$$p_1 = P/a \text{ dan } p_2 = W/A$$

$$p_1 = p_2$$

$$P/a = W/A$$

$$W = P\frac{A}{a}$$

$$P = 850 \text{ N} ; \; a = 0{,}0015 \text{ cm}^2$$

$$A = 0{,}015 \text{ m}^2.$$

jadi; $W = 850\ (0{,}015/0{,}0015)$

$= 8500$ N

Massa benda yang dapat diangkat $= W/g$

$= 8500/9{,}81$

$= 868$ kg.

(b) $p_2 = p_1 + wh$

$$p_1 = \frac{P}{a} = \frac{850}{15.10^{-4}} = 56{,}7 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = 56{,}7 \cdot 10^4 + (9{,}81 \cdot 10^3)\ 0{,}75 = 57{,}44 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$W = p_2 A = 57{,}44 \cdot 10^4 \cdot 150 \cdot 10^{-4} = 8650 \text{ N.}$$

Massa benda yang dapat diangkat = W/g

= 8650/9,81

= 882 kg.

II.4. PENGUKUR TEKANAN

a. Tekanan atmosphir:

Bumi kita ini dibungkus oleh atmosphir setinggi beberapa kilometer.
Tekanan pada permukaan tergantung dari tingginya udara di atas permukaan bumi, makin tinggi permukaan bumi makin rendah tekanannya.
Tekanan atmosphir di atas muka air laut adalah 101.325 kN/m^2, sama dengan tekanan air setinggi 10,35 m atau tekanan air raksa setinggi 760 mm.

Vakum:
Bila suatu ruangan sama sekali kosong tidak berisi udara disebut vakum, tekanannya sama dengan nol.

b. Tekanan ukur (gauge pressure):

Tekanan ukur adalah besarnya tekanan yang diukur di atas atau di bawah tekanan atmosphir.

Tekanan absolut:
adalah besarnya tekanan yang diukur di atas tekanan nol, di mana keadaan vakum sempurna.

Tekanan absolut = tekanan, pembacaan alat ukur + tekanan atmosphir.

c. Barometer:

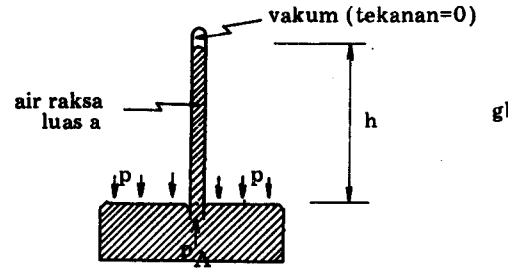
(a) Terangkan dengan membuat sketsa, dua cara mengukur tekanan atmosphir.

(b) Tinggi air raksa di tabung barometer = 760 mm di atas permukaan air raksa di dalam mangkok; berapakah besarnya tekanan atmosphir dalam N/m^2?
Kerapatan relatif air raksa = 13,6 dan berat jenis air = $9,81 \times 10^3$ N/m^3.

Jawab:

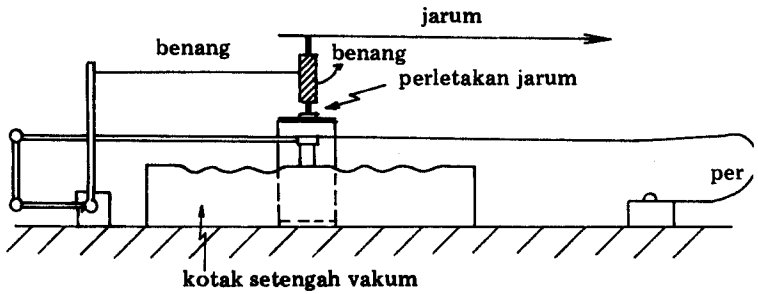
(a) Barometer air raksa dalam bentuknya yang paling sederhana terdiri dari tabung gelas yang panjangnya 1 m dan tertutup pada salah satu ujungnya.

Kemudian diisi sampai penuh dengan air raksa, untuk seterusnya tabung itu dibalik dan dimasukkan dalam mangkok yang berisi air raksa, maka tinggi air raksa dalam tabung akan menjadi setinggi h, yaitu sebesar tekanan atmosphir.
Lihat gambar II-4.



gb. II-4

gb. II-5



Barometer aneroid (lihat gambar II-5) terdiri dari kotak yang terbuat dari logam bergelombang yang ditahan oleh per agar jangan turun ke dalam karena rongga di buat setengah vakum.
Tekanan yang berubah-ubah menyebabkan naik turunnya tabung yang diimbangi oleh per penahan.
Gerakan-gerakan itu menyebabkan berputarnya jarum pada skala yang sudah tercantum.

(b) Lihat gambar II-4,

(b) Lihat gambar II-4, apabila A adalah titik di dalam tabung yang mempunyai ketinggian sama dengan permukaan air raksa dalam mangkok.
Tekanan di A sama dengan tekanan di permukaan air raksa dalam mangkok. Titik A berada dalam keseimbangan.
Jadi :

$$p_A \times a = w_{\text{air raksa}} x a x h$$

$$p_A = w_{\text{air raksa}} x h$$

$$= 13{,}6 . 9{,}81 . 10^3 \ N/m^3 . \ 0{,}76 \ m$$

$$= 101{,}3 \ kN/m^2 .$$

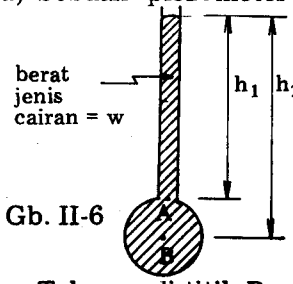
d. Pengukuran tekanan cairan:

1 (a) Terangkan cara pemakaian piezometer, untuk mengukur besarnya tekanan di dalam cairan.

(b) Sebuah piezometer dipakai untuk mengukur tekanan minyak yang mengalir dalam pipa (kerapatan massa = 640 kg/m^3).
Apabila minyak pada tabung piezometer naik setinggi 1,2 m di atas sumbu pipa, berapakah besarnya tekanan dalam satuan N/m^2 ?

Jawab:

(a) Sebuah piezometer ialah pipa terbuka yang dipasang pada pipa yang berisi cairan yang hendak diukur tekanannya (lihat gambar II-6).



Gb. II-6

Tekanan pada titik A = tinggi air pada piezometer.
jadi: $p_A = wh_1$.

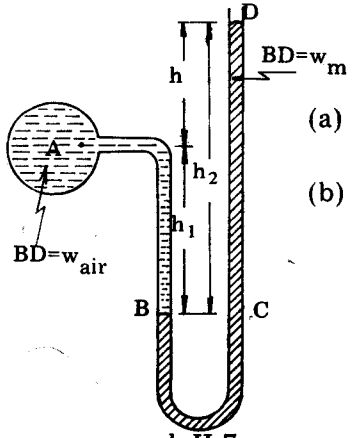
Tekanan di titik B = $p_B = wh_2$

Karena pipa piezometer terbuka maka tekanan yang diukur ialah "Tekanan Ukur". Bila cairan mengalir di dalam pipa yang diukur maka pipa piezometer harus sama tinggi dengan bagian dalam dari dinding pipa agar tidak terganggu oleh kecepatan cairan dalam pipa.

(b) w = ρg = 640.9,81 N/m^3 dan h = 1,2 m.

p = 640.9,81.1,2 = 7,55 kN/m^2.

2. Sebuah manometer berbentuk U berisi air raksa dipakai untuk mengukur tekanan ditambah tekanan atmosphir di dalam pipa.



gb.II-7

(a) Buatlah sketsa dari manometer itu.

(b) Bila air raksa di dalam manometer, pada pipa kiri 30 cm di bawah titik A, sedangkan pada pipa kanan 20 cm di atas titik A.
Berapakah tekanan ukur di titik A?
Kerapatan relatif air raksa = 13,6.

Jawab:

(a) Sketsa dibuat seperti pada gambar II-7
tekanan di B = tekanan di C

jadi: p_B = tekanan di A + tekanan air h_1

$= p_A + wh_1$.

P_C = tekanan di D + tekanan air raksa h_2

tekanan di D = p_D = tekanan atmosphir = pada meteran sama dengan pembacaan nol.

$p_C = 0 + w_m h_2 = swh_2$ (s = kerapatan relatif air raksa)

karena $p_B = p_C$

$p_A + wh_1 = swh_2$

$$p_A = swh_2 - wh_1 \; ; \; h_2 = h_1 + h$$

$$p_A = (s-1)\,wh_1 + swh.$$

(b) $h_1 = 30\text{ cm} = 0{,}3\text{ m} \; ; \; h = 20\text{ cm} = 0{,}2\text{ m}$

$s = 13{,}6$ dan $w = 9{,}81\text{ kN/m}^3$

$p_A = (13{,}6-1)9{,}81.10^3.0{,}3 + 13{,}6.9{,}81 \times 10^3.0{,}2\text{ N/m}^2$

$= 63{,}8\text{ kN/m}^2.$

3. Bila tekanan di titik A pada soal 2. dikurangi dengan 40 kN/m^2.
Berapakah perbedaan dari tinggi air raksa di kedua pipanya ?

Jawab:
Bila air raksa di sebelah kanan turun setinggi X, maka di pipa sebelah kiri akan naik dengan tinggi yang sama yaitu X.

jadi: $h_1 = (0{,}3 - X)\text{ m}$ dan $h_2 = (0{,}5 - 2X)\text{ m}$

$p_A = 63{,}8 - 40$

$= 23{,}8\text{ kN/m}^2 = 23{,}8\ 10^3\text{ N/m}^2$

$w = 9{,}81.10^3\text{ N/m}^3.$

$s = 13{,}6.$

$23{,}8.10^3 + 9{,}81.10^3(0{,}3-X) = 13{,}6.9{,}81.10^3(0{,}5-2X)$

$257{,}2X = 40$

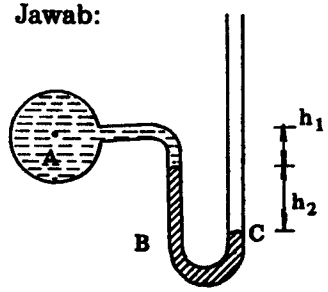
$X = 0{,}156\text{ m.}$

Jadi perbedaan tinggi menjadi $= 0{,}5 - 2X$

$= 0{,}188$ m.

4. Sebuah manometer air raksa yang berbentuk U mengukur tekanan air di A yang tekanannya di bawah tekanan atmosphir.
Apabila berat jenis air raksa = 13,6 kali berat jenis air dan tekanan atmosphir = 101,3 kN/m, berapakah tekanan absolut di A bila $h_1 = 15$ cm dan $h_2 = 30$ cm?
(Lihat gambar II-8).

Jawab:



Gb. II-8.

B dan C terletak pada satu bidang horisontal, maka tekanan di B adalah sama dengan tekanan atmosphir.

$p_B = p_C = 101{,}3\text{ kN/m}^2$

$= 101{,}3.10^3\text{ N/m}^2.$

$p_B = p_A + wh_1 + w_m h_2$

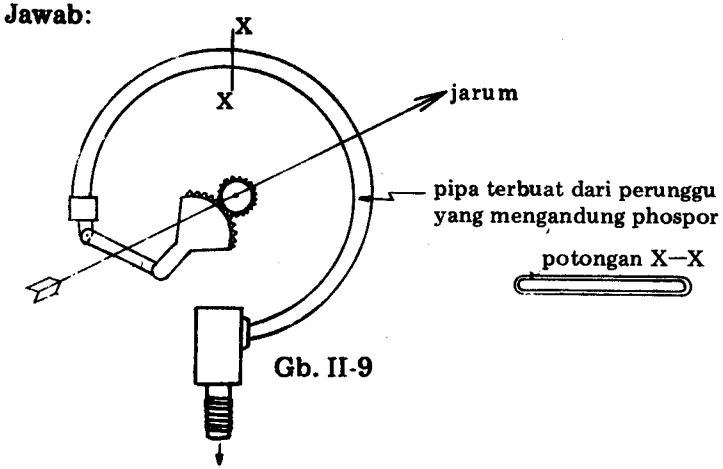
$p_A = p_B - w(h_1 + 13{,}6h_2)$

$= 101{,}3.10^3 - 9{,}81.10^3(0{,}15 + 13{,}6.0{,}3)$

$= 59{,}8\ 10^3\text{ N/m}^2.$

5. Buatlah sketsa dari alat ukur tekanan BOURDON dan terangkan cara kerjanya !
(Lihat gambar II-9).

Jawab:



Gb. II-9

Mekanisme dari alat ukur tekanan Bourdon (gb. II-9) adalah sebagai berikut:

Tekanan cairan akan menggerakkan pipa lengkung. Pipa lengkung akan menggerakkan jarum yang akan menunjukkan besar tekanan pada skala tekanan yang sudah ditera.

e. Mengukur perbedaan tekanan:

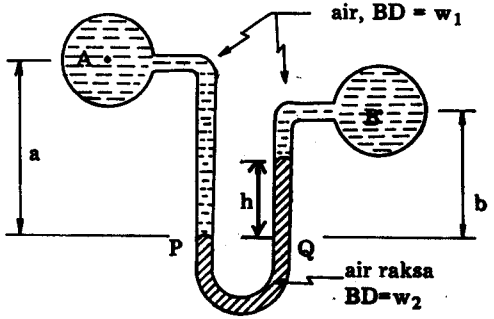
Perbedaan tekanan pada dua titik dalam cairan dapat diukur dengan:

(a) Mengukur tekanan di kedua titik itu masing-masing (secara terpisah).

(b) Menggunakan alat "pengukur selisih tekanan" (differintial pressure gauge) atau memakai manometer yang langsung dapat mengukur perbedaan tekanan.

1. Sebuah manometer berbentuk U mengukur perbedaan tekanan di A dan B (lihat gambar II-10) pada suatu cairan, cairan dengan berat jenis = w_1; manometer menggunakan air raksa yang mempunyai berat jenis = w_2.
Hitunglah perbedaan tekanan di A dan B apabila a = 1,5 m; b = 0,75 m; h = 0,5 m dan diketahui pula cairan di titik A dan B adalah air.
($w_1 = 9{,}81 \cdot 10^3$ N/m^3), sedangkan $w_2 = 13{,}6\ w_1$.

Jawab:



Gb. II-10

Terlihat dari gambar II-10:

$p_P = p_A + w_1 a$

$p_Q = p_B + w_1(b-h) + w_2 h$

$p_P = p_Q$, jadi :

$$p_A + w_1 a = p_B + w_1 b - w_1 h + w_2 h$$

berarti perbedaan tekanan di A dan B :

$$p_A - p_B = w_1(b-a) + h(w_2 - w_1)$$

$$= 9{,}81.10^3(0{,}75-1{,}5) + 0{,}5(13{,}6.9{,}81.10^3 - 9{,}81.10^3)$$

$$= 54{,}4.10^3 \text{ N/m}^2.$$

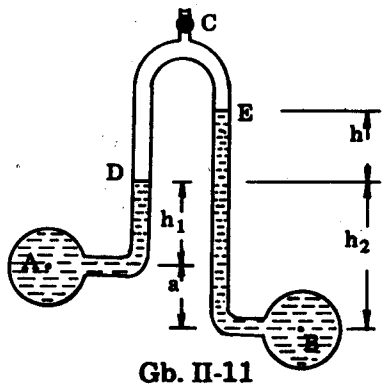
2. Sebuah manometer U terbalik biasa dipakai untuk mengukur perbedaan tekanan air pada dua titik yang berbeda pada aliran dalam pipa.

(a) Buatlah sketsanya.

(b) Bila manometer tersebut berisi udara pada bagian atasnya, hitunglah perbedaan tekanan antara titik A dan B; di mana diketahui berat jenis air = w = $9{,}81 \times 10^3$ N/m^3, h_1 = 60 cm, h = 45 cm dan h_2 = 180 cm.

Jawab:

(a) Lihat gambar II-11 sketsa manometer U terbalik.



Gb. II-11

Bagian atas dari manometer kadang-kadang berisi udara yang dapat dimasukkan atau dikeluarkan melalui katup C, untuk mengontrol tingginya cairan di dalam alat ukur.
Bagian atas dari manometer ini dapat juga diisi dengan cairan lain yang mempunyai B.D. yang lebih kecil, sehingga cairan di A dan B tidak akan tercampur.

(b) $p_A = p_D + wh_1$

$p_B = p_E + w(h+h_2)$

$p_B - p_A = p_E - p_D + w(h+h_2) - wh_1$

Karena tekanan di E dan D sama dengan tekanan udara di tabung atas, (DE), maka $p_E = p_D$

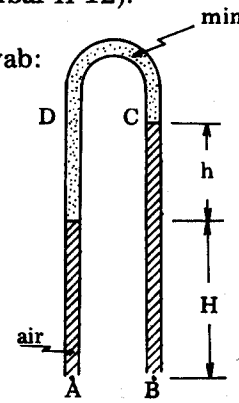
jadi: $p_B - p_A = w(h + h_2 - h_1)$

$= w(h + a).$

$= 9{,}81 .10^3 (0{,}45 + 1{,}2)$

$= 16{,}2 .10^3 \ N/m^2.$

3. Apabila sebuah manometer U terbalik bagian atasnya terisi minyak dengan kerapatan relatif = 0,98 dan selebihnya terisi air dengan kerapatan relatif = 1,01.
Hitunglah perbedaan tekanan dalam satuan N/m^2 antara titik A dan B , apabila perbedaan tinggi air h = 75 mm. (lihat gambar II-12).



Gb. II-12

Jawab:

$p_C = p_D$, karena terletak pada satu bidang horisontal dalam cairan yang sama dan dalam keadaan diam.

jadi:

$p_D = p_A - s_w wH - s_o wh$

bila $w = 9{,}81 . 10^3 \ N/m^3$, (B.D. air).

$p_C = p_B - s_w w(H + h)$

$p_C = p_D$

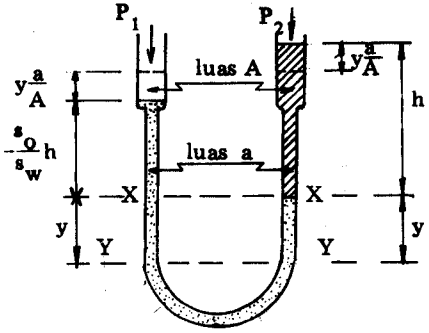
$p_B - p_A = s_w w(H+h) - s_w wH - s_o wh$

$= wh(s_w - s_o)$

$= 9{,}81 .10^3 .0{,}075(1{,}01 - 0{,}98)$

$= 22 \ N/m^2$

4. Bila ujung alat ukur U dibesarkan, maka kepekaan alat itu akan bertambah (lihat gambar II-13), kemudian pipa yang satu diisi air (kerapatan relatif $s_w = 1$) dan pipa yang satunya lagi diisi minyak (kerapatan relatif $s_o = 0{,}95$).



Gb.II - 13

Apabila luas A = 50 x luas a, hitunglah perbedaan tekanan di mana permukaan batas kedua cairan bergeser 25 mm.

Jawab:

Karena air lebih berat dari minyak, maka air akan mengisi bagian bawah dari pipa U.

Bila $p_1 = p_2$, maka tekanan pada bidang X—X sama pada kedua tabung itu.

Karena bagian bawah dari tabung penuh terisi air, jadi

$$p_X = s_o wh$$

dan tinggi air di tabung sebelah kiri ialah

$$\frac{p_X}{s_w w} = \frac{s_o h}{s_w}$$

Apabila $p_2 > p_1$, maka permukaan pemisah akan bergerak ke bawah sejauh y ke bidang Y — Y.

Volume minyak yang turun dari sebelah kanan = ya.

Permukaan A sebelah kiri naik sebesar = $y \frac{a}{A}$

Pada tabung kanan : $p_y = p_2 + s_o w(h+y-ya/A)$

Pada tabung kiri : $p_y = p_1 + s_w w(hs_o/s_w + y + ya/A)$

jadi:

$$p_2 - p_1 = s_w wy(1+a/A) - s_o wy(1-a/A)$$
$$= wy\,[\,s_w(1+a/A) - s_o(1 - a/A)\,]$$
$$= 9{,}81 \cdot 10^3 \cdot 0{,}025\,[(1+1/50) - 0{,}95(1 - 1/50)]$$
$$= 2{,}45 \cdot 10^2 \cdot (1{,}02 - 0{,}93)$$
$$= 22\ N/m^2.$$

ini ekivalen dengan tekanan air setinggi 2,24 mm.

Soal-soal

1. Hitunglah besarnya kenaikan tekanan untuk perubahan ke dalaman 1 meter di dalam air, (a) N/m^2
   (b) milibar

   ($9{,}81 \cdot 10^3$ N/m^2 ; 98,1 mb)

2. Sebuah tangki gas pada ketinggian permukaan air laut, berisi gas dengan tekanan sebesar 9 cm tinggi air, kerapatan massa dianggap tetap.
   Kerapatan massa udara = 1,28 kg/m^3.
   Kerapatan massa gas = 0,72 kg/m^3
   Hitunglah tinggi tekanan pada pipa utama setinggi 260 m di atas permukaan air laut, dinyatakan dengan tinggi air.
   (23,6 cm)

3. Sebuah pompa memompakan air setinggi 15 m air. Pompa ini juga menaikkan air dari sebuah reservoir dengan hisapan sebesar 250 mm tinggi air raksa.
   Hitunglah tinggi tekanan dan hisapan itu dalam satuan N/m^2 dan tentukan jumlah tinggi tekanan dari pompa dalam satuan N/m^2 serta dalam ketinggian tekanan air.

   (147 kN/m^2 ; 33,4 N/m^2 ; 180,4 kN/m^2 ; 18,4 m).

4. Dua buah torak berbentuk silinder dihubungkan dengan sebuah pipa berisi air. Garis tengah torak itu masing-masing 75 mm dan 600 mm, di mana permukaan torak yang kecil berada 6 cm di atas permukaan torak yang besar.
   Berapakah daya yang dibutuhkan untuk menekan torak yang kecil guna mengangkat beban yang di atas torak yang besar seberat 3500 kg.

   (276 N)

5. Sebuah alat pengangkat hidrolis yang bekerja dengan kekuatan pompa tangan, di mana tuas pengangkatnya mempunyai perbandingan panjang 10 : 1, dihubungkan dengan torak yang bergaris tengah 19 mm.
   Torak alat pengangkat itu mempunyai garis tengah = 300 mm. Hitunglah besarnya tekanan di dalam minyak dan gaya yang harus diadakan untuk menggerakkan tuas pengangkat bila gaya yang dihasilkan adalah sebesar 21.000 kg (kg gaya).

   ($2570 \cdot 10^3$ N/m^2 ; 80,5 N)

6. Sebuah alat pengangkat hidrolis mempunyai garis tengah 125 mm dan toraknya yang sebuah lagi bergaris tengah 12,5 mm. Berapakah besarnya gaya torak dibutuhkan untuk mengangkat beban sebesar 1000 kg ?
   Bila torak mempunyai jarak angkat 250 mm, berapa kali torak harus bergerak untuk mengangkat beban setinggi 1 meter? Dengan mengabaikan kehilangan gaya dan menganggap bahwa beban bergerak secara terus menerus (kontinue), berapakah tenaga (power) yang dibutuhkan untuk menggerakkan torak bila beban itu dapat diangkat dalam waktu 12 menit ?

   98,1 N ; 400 ; 13,65 W)

7. Berapakah besarnya tekanan atmosphir dalam N/m^2 apabila pembacaan barometer sama dengan 750 mm air raksa ?
   Berapakah tinggi air yang diperlukan untuk menghasilkan tekanan yang sama ?

   (10^5 N/m^2 ; 10,2 m)

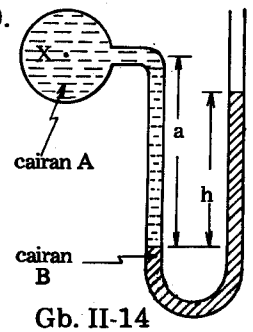
8. Cairan pada tabung piezometer tingginya 1,5 m di atas titik A pada sebuah pipa. Berapakah tekanan di A dalam N/m^2 bila cairan itu (a) air, (b) minyak dengan kerapatan relatif 0,85 (c) air raksa dengan kerapatan relatif 13,6, (d) cairan dengan kerapatan relatif 1,24.

   Berapa meter tinggi tekanan untuk masing-masing cairan ?

   (14,7 kN/m^2 ; 12,5 kN/m^2; 200 kN/m^2; 18,3 kN/m^2 ; tinggi tekanan = 1,5 m)

9. Pada gambar II-7, berapakah besarnya tekanan ukur pada air di A bila h_1 = 0,6 m dan tinggi air raksa di pipa sebelah kanan = 0,9 m di atas permukaan cairan sebelah kiri ?

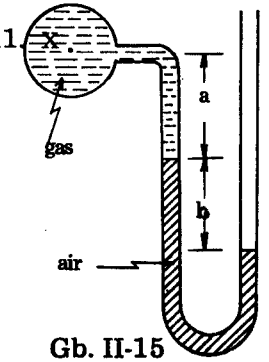
   (114 kN/m^2).

10. 

Gb. II-14

Cairan A adalah minyak dengan kerapatan relatif sebesar 0,8, sedangkan cairan B adalah air garam dengan kerapatan relatif 1,25.
Bila a = 2,5 m dan h = 0,3 m.
Berapakah:
(a) tinggi tekanan di X ?
(b) tekanan di X dalam N/m^2 ?

(−2,03 m tinggi minyak;
− 15,9 kN/m^2)

11. 

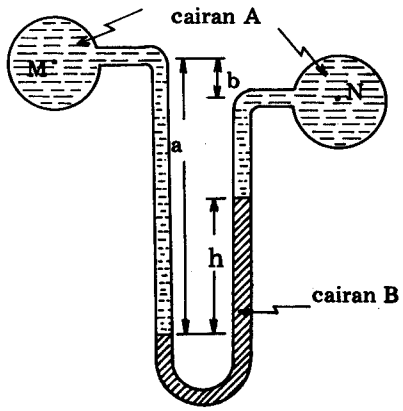
Gb. II-15

Pipa berisi gas dengan berat jenis 63,5 N/m^3, a = 450 mm, h = 150 mm.
Berapakah besarnya tekanan di X dalam N/m^2 ?
Berapa besar kesalahan yang dibuat bila tinggi gas di dalam pipa diabaikan ?

(1467 N/m^2 ; 2,83 N/m^2)

12. Sebuah manometer U dengan cairan minyak dan air raksa serta bergaris tengah 5 mm.
Manometer U ini diletakkan tegak lurus.
Tabung sebelah kanan bagian atasnya dilebarkan dengan garis tengah sebesar 25 mm.
Bagian yang dilebarkan berisi minyak, di mana permukaan yang memisahkan antara minyak dengan air raksa terletak di bawah bagian yang dilebarkan itu.
Tabung sebelah kiri berisi air raksa dengan ujung atasnya terbuka.
Bila tabung sebelah kanan dihubungkan dengan tangki gas, maka permukaan batas kedua cairan itu akan turun sebanyak 2 cm.
Hitung tekanan gas itu dalam N/m^2, permukaan dari minyak tetap di dalam bagian yang dilebarkan.
(Kerapatan relatif air raksa = 13,6 ; kerapatan relatif minyak = 0,85)

(5,17 10^3 N/m^2)

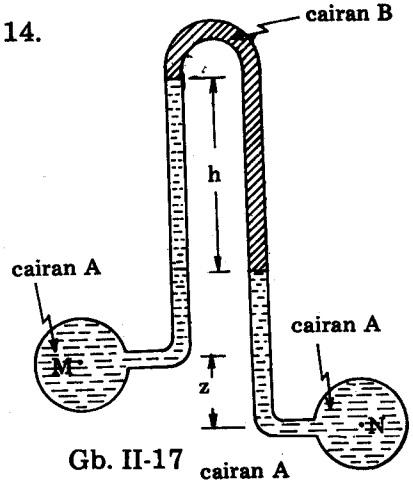
13. 

Bila perbedaan tekanan di M dan N = 35 kN/m^2, a = 1 m, b = 30 cm.
Berapa perbedaan tinggi permukaan air ?
Kerapatan relatif air raksa = 13,6.

(30,7 cm)

34.

14.



Gb. II-17

Pada gambar II-17.
Cairan A = air.
Cairan B = minyak dengan kerapatan relatif 0,9.
h = 69 cm;
z = 23 cm.
Berapakah perbedaan tekanan di M dan N ?

(- 1,57 kN/m^2)

15. Bila cairan A dan cairan B adalah air, misalkan berat jenis air itu dapat diabaikan, berapakah perbedaan tekanan di M dan N ?

(4,51 kN/m^2)

16. Sebuah pengukur tekanan U dengan kedua ujungnya dibesarkan/dilebarkan.
Pipa yang satu diisi air, sedangkan yang lainnya diisi minyak dengan kerapatan relatif 0,95.
Batas permukaan kedua jenis cairan terletak di bawah bagian yang dilebarkan/dibesarkan.
Berapakah diameter bagian yang dibesarkan (ujung-ujung pipa) apabila diameter pipa = 5 mm dan batas permukaan kedua jenis cairan itu bergeser 25 mm pada perbedaan tekanan air sebesar 1 mm.

(70 mm)

BAB III

TEKANAN HIDROSTATIK

Apabila zat/benda cair berhubungan dengan permukaan benda padat, maka benda cair itu akan melakukan tekanan pada setiap elemen permukaan batas kedua benda tersebut, luas elemen adalah a, besarnya tekanan adalah p dikalikan dengan luas a. Biasanya tekanan p bervariasi/berlainan dari suatu titik ke titik yang lainnya.
Jumlah tekanan terhadap permukaan benda padat = pa.
Karena benda cair berada dalam keadaan diam, maka semua gaya pada setiap titik dari benda padat itu akan tegak lurus pada permukaan benda padat, ini disebabkan tidak adanya gaya-gaya geser.
Jumlah dari gaya-gaya ini adalah gaya resultante yang bekerja pada "pusat tekanan".

Bila permukaan benda padat itu rata, maka:

Gaya resultante = "jumlah tekanan"

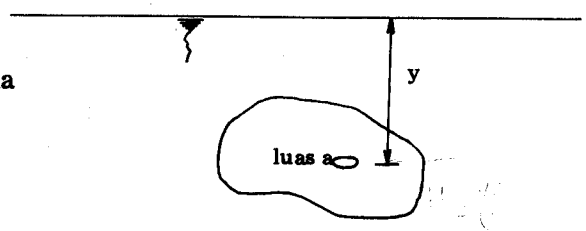
Bila permukaan benda padat itu lengkung, maka gaya-gaya yang bekerja pada permukaan itu tidak akan sejajar dan ada gaya yang berlawanan arah, sehingga gaya resultantenya lebih kecil dari pada kalau permukaan benda padat adalah rata.

III.1.

a. Turunkanlah sebuah rumus "jumlah tekanan" untuk sebuah permukaan benda seluas A yang terletak di dalam benda/cair dengan berat jenis = w, pada kedalaman = y, di mana y adalah jarak dari permukaan zat cair sampai titik pusat dari benda A.

b. Sebuah tangki berbentuk silinder yang berdiameter 60 cm, diisi dengan air setinggi 150 cm.
Berapakah jumlah tekanan pada permukaannya yang lengkung?
Berapakah besarnya "gaya resultante" pada permukaan tersebut ?

Jawab:



Gb. III-1

a. Ditinjau daerah seluas a pada ke dalaman y di bawah permukaan benda cair.

Besarnya tekanan pada kedalaman y = wy.

Gaya pada permukaan seluas a = awy.

Jumlah tekanan = Σ awy = w Σ ay ; w adalah konstan.

Σ ay = adalah momen dari bidang seluas A terhadap permukaan.

= $a\bar{y}$; di mana $\bar{y}$ = jarak dari permukaan sampai titik pusat benda A.

Jumlah tekanan = $wA\bar{y}$ = $A.w\bar{y}$

= luas permukaan x tekanan pada titik pusat A.

b. Bila silinder diisi sampai setinggi 150 cm, maka $\bar{y}$ = 75 cm = 0,75 m.

Berat jenis air = w = $9{,}81 . 10^3$ N/m^3.

Luas bidang lengkung A = π 0,6 . 1,5 = 2,83 m^2

Jadi jumlah tekanan pada bidang lengkung = $wA\bar{y}$

$= 9{,}81 . 10^3 . 2{,}83 . 0{,}75$

$= 20{,}7 . 10^3$ N.

Karena setiap gaya yang menekan pada luas elemen a pada satu sisi mempunyai pasangan yang berlawanan arah dan sama besarnya, maka :

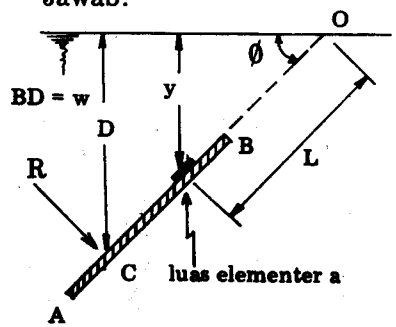
gaya resultante = nol.

Bila terdapat gaya resultante, maka silinder itu tentu akan bergerak ke suatu arah dan hal ini tidak pernah terjadi, karena tidak demikian halnya.

III.2. Tekanan pada bidang datar

a. Sebuah bidang datar dengan luas A ditenggelamkan di dalam cairan yang mempunyai berat jenis w.
Bila bidang datar tersebut membuat sudut sebesar ϕ dengan bidang horisontal dan titik pusatnya berada pada kedalaman $\bar{y}$ di bawah permukaan air.
Turunkanlah rumus persamaannya untuk resultante tekanan R dan juga untuk kedalaman D dari "titik pusat tekanan".

Jawab:



Karena permukaannya datar, maka resultante tekanan = jumlah tekanan.

$$R = wA\bar{y}$$

Cairan berada dalam keadaan diam, maka gaya R akan tegak lurus pada titik C yang merupakan titik pusat tekanan.

Lihat gambar III-2:

Momen R terhadap 0 = Σ momen elemen-elemen terhadap 0.

Gaya pada bidang elemen a = wya

$$y = L.\sin\phi$$

$$\text{Jadi : Gaya} = w.\sin\phi.a.L^2$$

Momen dari gaya terhadap titik 0 = $w.\sin\phi.a.L^2$

Jumlah dari momen-momen = $w.\sin\phi\,\Sigma(a.L^2)$.

Momen R terhadap 0 = R.0C

= $wA\bar{y}.(D/\sin\phi)$

$wA\bar{y}(D/\sin\phi) = w.\sin\phi.\Sigma(aL^2)$

$\Sigma(aL^2)$ = adalah momen inersia dari bidang A terhadap titik 0

$= A.k_o^2$

di mana k_o adalah jarak titik pusat bidang A ke 0.

$wA\bar{y}(D/\sin\phi) = w.\sin\phi.A.k_o^2$

$D = \sin^2\phi(k_o^2/\bar{y})$. Dengan menggunakan rumus

$I_o = I_G + A(\bar{y}/\sin\phi)^2$, maka

$$A.k_o^2 = A.k_G^2 + A(\bar{y}/\sin\phi)^2$$

$$D = \sin^2\phi.(k_G^2/\bar{y}) + \bar{y}$$

I_G adalah momen inersia terhadap absis yang melalui titik berat.

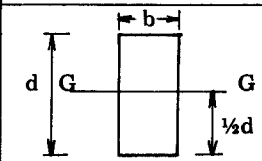
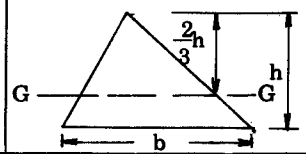
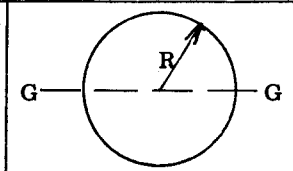
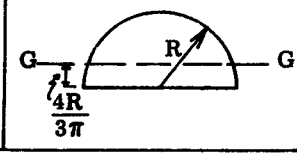
Perlu diperhatikan bahwa "titik pusat tekanan" dan "titik pusat bidang/titik berat bidang" (centroid) adalah dua titik yang sama sekali berlainan.

Kedua titik itu tidak akan pernah berhimpit, kecuali kalau tekanan terhadap permukaan di semua titik sama besarnya.

Daftar dari momen inersia dari bidang-bidang disajikan dalam tabel III-1.

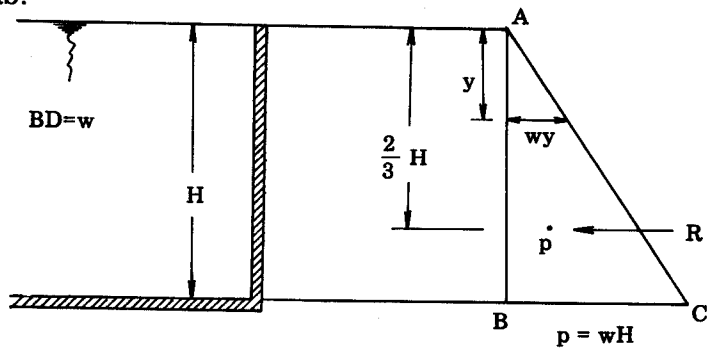
details on note ?

Tabel III-1.

		Luas A	Momen inersia terhadap sumbu G—G yang melalui titik berat
Segiempat		bd	$\frac{bd^3}{12}$
Segitiga		$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{36}$
Lingkaran		πR^2	$\frac{\pi R^4}{4}$
Setengah lingkaran		$\frac{\pi R^2}{2}$	$0{,}1102R^4$

b. Sebuah tangki berbentuk segi-empat mempunyai lebar 1,5 m dan dalamnya 2 m.
Tangki berisi penuh dengan minyak yang mempunyai berat jenis w = 9 kN/m^3.
Gambarkan diagram tekanan pada dinding tegak tangki tersebut dan hitunglah jarak dari permukaan sampai "titik pusat tekanan".

Jawab:



gb. III-3

p = wy adalah persamaan besarnya tekanan yang berhubungan dengan dalamnya air; diagram tekanan berupa segitiga.

Luas diagram tekanan = ½ AB.BC = ½wH^2

= resultante tekanan tiap satuan lebar

Jadi resultante tekanan tiap lebar 1 meter = ½wH^2 = ½.9.2^2 kN/m.

Lebar tangki = 1,5 m, maka resultante tekanan pada dasar tangki = ½ 1,5 . 9 . 2^2

= 27 kN.

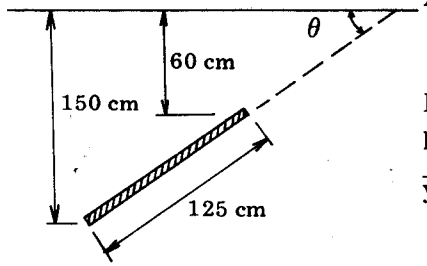
Resultante R bekerja pada titik pusat P dari diagram tekanan dan berjarak 2/3.H dari titik A.

Jadi jarak dari permukaan ke titik pusat tekanan

$= \frac{2}{3} \times 2 = 1{,}33$ m

c. Sebuah bidang berbentuk bundar bergaris tengah 125 cm dibenamkan dalam air seperti terlihat pada gambar III-4. Hitunglah besarnya gaya pada bidang tersebut dan jarak tegak lurus dari permukaan sampai titik pusat tekanan.

Jawab:



Gb. III-4

Luas dari bidang bundar

A = ¼.π . (1,25)^2

= 1,228 m^2.

Dalamnya air sampai titik pusat :

$\bar{y}$ = ½(60 + 150)

= 105 cm = 1,05 m.

Berat jenis air = 9,81 . 10^3 N/m^3.

Resultante tekanan R = wA$\bar{y}$ = 9,81 . 10^3 1,228 . 1,05

= 12650 N.

Untuk bidang bundar; k_G^2 = ¼r^2 = ¼(0,625)^2 = 0,0976 m^2

$\sin\phi = \frac{150-60}{125}$ = 90/125.

Jarak vertikal dari permukaan sampai titik pusat tekanan

D = $\sin^2\phi(k_G^2/\bar{y}) + \bar{y}$

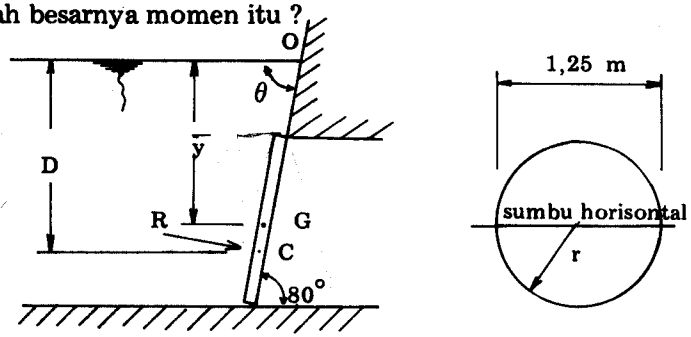
= $(90/125)^2$ (0,0976/1,05) + 1,05

= 0,048 + 1,05

= 1,098 m.

d. Sebuah gorong-gorong mengalirkan air dari sebuah reservoir air.
Lubang gorong-gorong ditutup dengan pintu berbentuk bulat ber-diameter 1,25 meter yang dapat berputar pada sumbu horisontal.
Pintu itu membuat sudut 80° dengan dasar reservoir.
Buktikan bahwa momen yang bekerja pada pintu air tidak tergantung dari dalamnya air di reservoir, bila pintu terbenam seluruhnya di dalam air.
Berapakah besarnya momen itu ?

Jawab:



Gb. III-5

Resultante tekanan air R menekan pada pintu di titik C di kedalaman D.

Momen yang bekerja pada pintu = R.CG

$$= R\,(OC\text{-}OG) = R\left(\frac{D-\bar{y}}{\sin\phi}\right)$$

diketahui bahwa: $R = wA\bar{y} = w.\pi.r^2.\bar{y}$

$$D = \sin^2\phi\,.(k_G^2/\bar{y}) + \bar{y}$$

Momen yang bekerja pada pintu =

$$w.\pi.r^2.\bar{y}.\frac{(\sin^2\phi.k_G^2)}{(\bar{y}.\sin\phi)}$$

$k_G^2 = \frac{1}{4}r^2$,

momen $= \frac{1}{4}w\pi r^4.\sin\phi$

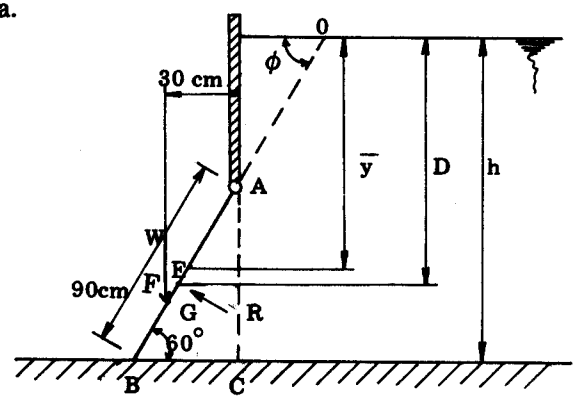
Jadi terbukti bahwa momen tidak tergantung dari $\bar{y}$ atau dalamnya air asal saja pintu seluruhnya terbenam dalam air.

Besarnya momen = $\frac{1}{4}.9{,}81.10^3.\pi\,(0{,}625)^4\;0{,}985$

$= 1160$ Nm.

e. Sebuah reservoir mempunyai pintu AB yang berukuran lebar 120 cm x panjang 90 cm dengan engsel di A.
Pintu AB tertutup karena beratnya sendiri dan beban yang bekerja di G sebesar W = 1000 kg.
Hitunglah h di mana pada ketinggian tersebut pintu mulai terbuka.

Jawab:



Gb. III-6

Pintu akan mulai terbuka bila momen dari resultante tekanan air R terhadap engsel A sama besar dengan momen dari W terhadap engsel A.

$$AC = 0{,}9\sin\phi = 0{,}78 \text{ m}$$

$$\bar{y} = h - \tfrac{1}{2}\,0{,}78 = (h - 0{,}39) \text{ m}$$

Resultante tekanan R $= wA\bar{y}$

$= 9{,}81.\,10^3.\,(1{,}20\,.\,0{,}90)(h - 0{,}39)$

$= 10{,}55\,.10^3.\,(h - 0{,}39)$ Newton.

Dalamnya air sampai titik pusat tekanan :

$$F = D = \sin^2\phi\,(k_E^2/\bar{y}) + \bar{y}$$

di mana k_E = jari-jari inersia dari pintu air terhadap titik pusatnya E.

untuk benda segi-empat maka $k_E^2 = d^2/12$;

di mana d = 0,90 m.

$$D = \sin^2 60^\circ \frac{(0{,}9^2/12)}{(h - 0{,}39)} + (h - 0{,}39)$$

$$= \frac{0{,}81}{16(h - 0{,}39)} + (h - 0{,}39) \text{ meter.}$$

Momen R terhadap engsel A = R.AF = $R \times \frac{D-(h-0{,}78)}{\sin 60^\circ}$

$$= \frac{10{,}55 \cdot 10^3 (h - 0{,}39)}{\sin 60^\circ} \left[\frac{0{,}81}{16(h - 0{,}39)} + 0{,}39 \right] \text{N m}$$

$$= (4{,}77h - 12{,}4) \text{ kN m}$$

Momen W terhadap A = 9,81. 1000 x 0,3 N m = 2,94 kN m.

Jadi : $4{,}77h - 1{,}24 = 2{,}94$

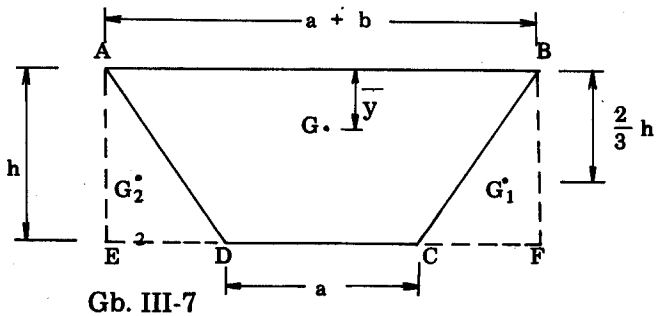
$$h = 0{,}88 \text{ m.}$$

f. Sebuah bendung berbentuk trapesium dengan lebar dasar bendung a meter.
Lebar bendung pada permukaan air = (a + b) meter.
Permukaan dari bendung tegak lurus pada dasar bendung dan dalamnya air = h meter.
Buktikan: (a) bahwa resultante tekanan pada bendung adalah $(1/6)wh^2$ (3a+b) Newton.

(b) Dalam dari titik pusat tekanan = $\frac{(4a + b)}{(6a + 2b)h}$ m

berat jenis air = w N/m^3

Jawab:



Gb. III-7

Untuk menentukan letak titik pusat dari trapesium, maka dihitung momen bidang terhadap sumbu AB.

Momen ABCD = momen ABEF — momen ADE — momen BFC
Luas ABCD = ½(2a+b)h = A.
Jarak titik pusat dari AB = $\bar{y}$

Luas ABFE = (a+b)h ; jarak titik pusat ABFE ke AB = ½h

Luas segitiga ADE dan BFC = ½bh; jarak titik beratnya ke AB = h2/3.

Jadi momen terhadap AB :

$$\tfrac{1}{2}(2a + b)h\bar{y} = (a+b)h\,\tfrac{1}{2}h - \tfrac{1}{2}bh\,h2/3$$

$$\bar{y} = h\frac{(3a + b)}{3(2a + b)}$$

(a) Resultante tekanan R = $wA\bar{y}$

$$= w \cdot \frac{(2a + b)}{2} h \cdot h \frac{(3a + b)}{3(2a + b)}$$

MILIK
Perpustakaan Nasional

$= (1/6)wh^2(3a+b)$ Newton.

(b) Dalam air sampai titik pusat tekanan = $k^2_{AB}/\bar{y}$, karena permukaannya tegak lurus.

Momen inersia trapesium terhadap AB = momen inersia ABFE terhadap AB — momen inersia segitiga ADE dan BCF.

$$= \frac{1}{3}(a+b)h^3 - \tfrac{1}{4}bh^3 = \frac{h^3}{12}(4a+b)$$

Bila dibagi luas trapesium:

$$k^2_{AB} = \frac{h^3(4a+b)\,2}{12(2a+b)\,h} = \frac{h^2(4a+b)}{6(2a+b)}$$

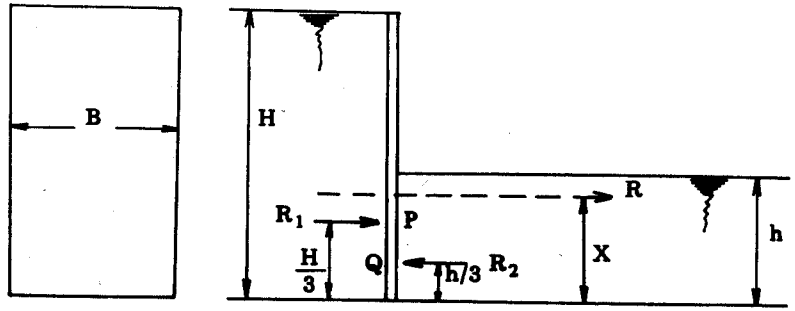
jadi dalamnya air sampai titik pusat tekanan =

$$\frac{k^2_{AB}}{\bar{y}}$$

$$\frac{h^2}{6}\,\frac{(4a+b)}{(2a+b)}\,\frac{3(2a+b)}{h(3a+b)} = \frac{(4a+b)}{(6a+2b)}h \quad \text{meter.}$$

g. Sebuah pintu dock dengan lebar 5 meter menahan air pada satu sisi yang tingginya 7,5 meter dan 3 meter pada sisi yang lainnya.
Hitunglah gaya-gaya horisontal yang bekerja pada pintu dock itu dan di mana letaknya ?
Bila air di bagian dangkal naik menjadi 7,5 meter, di manakah letaknya garis kerja gaya ?

Jawab :



Gb. III-8

R_1 dan R_2 adalah resultante tekanan dari air sebelah kiri dan kanan pintu dock.
Luas muka air sebelah kiri = $A_1 = BH$
Jarak ke titik pusat = $\bar{y}_1 = \tfrac{1}{2}H$

$R_1 = wA_1\bar{y}_1 = \tfrac{1}{2}wBH^2$

R_1 bekerja pada titik P

$R_2 = \tfrac{1}{2}wBh^2$

R_2 bekerja pada titik Q

R adalah gaya resultante dari R_1 dan R_2 yang bekerja pada ketinggian X di atas dasar.

jadi: $RX = R_1(1/3)H - R_2(1/3)h = (1/6)wBH^3 - (1/6)wBh^3$

$$R = R_1 - R_2 = \tfrac{1}{2}wB(H^2 - h^2)$$

$$X = \frac{(1/6)wB(H^3 - h^3)}{\tfrac{1}{2}wB(H^2 - h^2)} = \frac{H^3 - h^3}{H^2 - h^2}(1/3) = \frac{H^2+Hh+h^2}{3(H+h)}$$

Jadi resultante gaya R = ½wB($H^2 - h^2$)

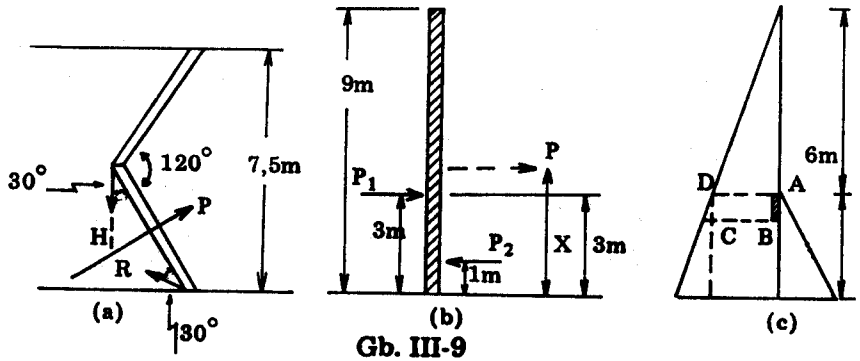
= ½(9,81 . 10^3 .5)(7,$5^2 - 3^2$)

= 1160 kN.

$$X = \frac{H^2+Hh+h^2}{3(H+h)} = \frac{7,5^2 + 7,5 \cdot 3 + 3^2}{3(7,5+3)} = 2,79 \text{ meter}$$

bila H = h, maka garis kerja gaya akan bergeser ke pusat tekanan dari pintu, (air di bagian yang dangkal naik menjadi 7,5 meter).

h. Sebuah pintu air pada sebuah kanal lebarnya 7,5 meter membuat sudut 120°. satu sama lain.
Setiap pintu diberi 2 engsel pada ketinggian 0,75 meter dan 6,25 meter di atas dasar kanal.
Tinggi air di sisi pintu yang sebelah kiri = 9,00 meter; yang sebelah kanan = 3,00 meter.
Hitunglah gaya yang bekerja pada masing-masing engsel dan gaya yang bekerja pada pertemuan kedua belah pintu.
Bila pada sebuah pintu itu diberi lubang yang berukuran lebar 1 meter dan tinggi 0,75 meter, sedang tepi atasnya sama tinggi dengan permukaan air bagian yang dangkal (3,00 m), hitunglah besar dan letaknya gaya resultante yang bekerja pada pintu air itu.



Gb. III-9

Jawab:

P_1 dan P_2 adalah resultante tekanan air pada kedua sisi pintu (lihat gambar III-9.b).

P_1 = ½wBH^2 = ½(9,81 . 10^3)(7,5/$\sqrt{3}$) x 9^2 = 1725 kN.

P_1 bekerja pada ketinggian 1/3.H = 1/3.9 = 3 m dari dasar kanal.

P_2 = ½wBh^2 = ½(9,81. 10^3)(7,5/$\sqrt{3}$) 3^2 = 192 kN.

P_2 bekerja pada ketinggian 1/3.h = 1/3.3 = 1 m di atas dasar kanal.

Resultante gaya P = $P_1 - P_2$ = 1725 − 192

= 1533 kN.

Ambil momen terhadap dasar kanal :

PX = 1725 . 3 − 192 . 1

1533X = 4983

X = 3,25 meter.

Jadi P bekerja pada ketinggian 3,25 m di atas dasar kanal.
Pintu air berada dalam keadaan seimbang, jadi gaya-gaya P, R dan H dianggap berada dalam satu bidang datar dan bertemu satu titik keseimbangan, H bekerja tegak lurus pada bidang sentuh kedua pintu, R adalah resultante dari gaya yang bekerja pada kedua engsel pintu air.
Jadi:

H.cos30° = R.cos30° ; H = R

2R.sin30° = P

H = R = P = 1533 kN.

Gaya-gaya tersebut di atas bekerja pada ketinggian 3,25 m dari dasar kanal.
Dengan mengambil momen terhadap engsel yang bawah maka:

Gaya yang bekerja pada engsel atas

$$= \frac{P(3{,}25-0{,}75)}{(6{,}25-0{,}75)}$$

$$= 698 \text{ kN.}$$

Gaya pada engsel bawah = P − 698 = 1533 − 698

= 835 kN.

Gambar III-9.c adalah diagram tekanan pada pintu air. Di bawah garis AD, tekanan akan naik secara teratur pada kedua belah sisi pintu air, sehingga di bawah permukaan air yang dangkal yaitu sebelah kanan tekanan airnya adalah tetap dan besarnya sama dengan AD.
A adalah puncak dari pintu air, jadi resultante tekanan dilukiskan oleh segi-empat ABCD.

Jadi: $AD = 9{,}81 \cdot 10^3 (9-3)\ N/m^2 = 58{,}86\ kN/m^2$.

Luas lubang air = 1 . 0,75 = 0,75 m^2.

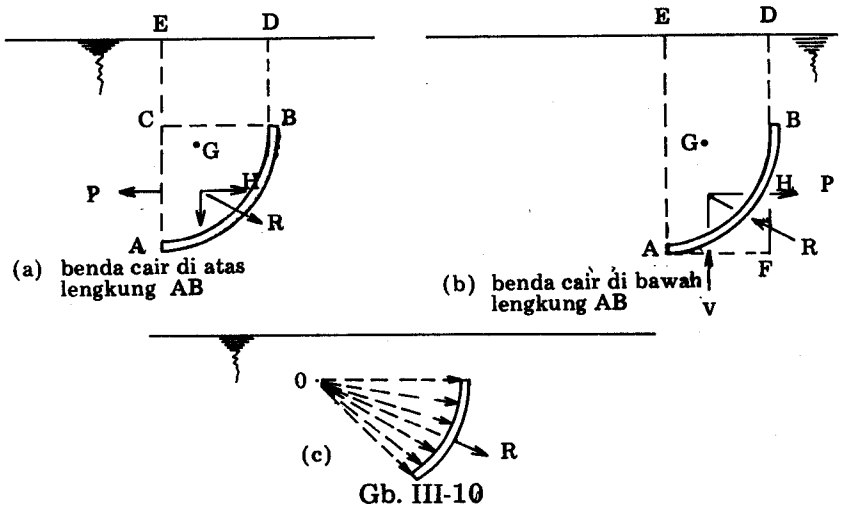
Gaya pada penutup lubang pintu = 58,86 · 0,75

= 44 kN.

III.3. Tekanan pada bidang lengkung.

Untuk memecahkan soal-soal ini lebih mudah apabila gaya tekanan pada bidang lengkung diuraikan menjadi komponen horisontal dan vertikal.

a. Berapakah besarnya gaya horisontal dan gaya vertikal sebagai komponen-komponen dari gaya tekanan pada bidang lengkung yang terdapat di dalam cairan dan tentukan pula tempat gaya-gaya itu bekerja.
Buktikan bahwa gaya-gaya tekanan akan bekerja melalui titik pusat lengkungan, bila gaya-gaya itu bekerja di permukaan sebagian daripada silinder yang terbenam dalam air.



Gb. III-10

Jawab:

i. Lihat gambar III-10.a, bidang ACE adalah bidang vertikal yang berada dalam keadaan seimbang, akibat gaya H dan gaya P. Jadi P = H.
P adalah gaya resultante tekanan air terhadap AC.
AC adalah proyeksi dari bidang AB terhadap bidang vertikal, jadi gaya horisontal H = resultante tekanan pada bidang AC sebagai proyeksi dari bidang AB.
Karena gaya seimbang, maka letak gaya P dan H haruslah berada pada satu garis kerja yang sama.
Gaya horisontal H bekerja melalui titik pusat tekanan dari bidang AC sebagai proyeksi dari bidang AB.
Demikian pula untuk gambar III-10.b, cairan ABF dalam keadaan seimbang. H sama dengan resultante tekanan pada proyeksi tegak di bidang AB, yaitu bidang BF dan gaya tersebut bekerja melalui titik pusat tekanan bidang BF.

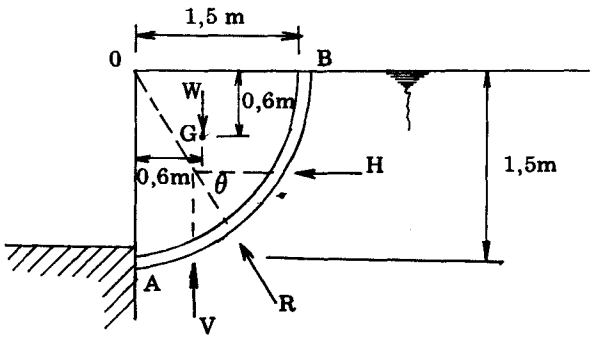
ii. Pada gambar III-10.a, semua berat cairan ABDE membebani bidang lengkung AB.
Sebagai syarat keseimbangan maka:

gaya vertikal V = berat cairan di atas bidang AB dan gaya V tersebut bekerja melalui titik berat dari cairan G.

Pada gambar III-10.b, apabila bidang lengkung AB ditiadakan dan ruang ABDE diisi penuh dengan benda cair maka cairan ini akan berada dalam keseimbangan, sebab gaya vertikal V = berat cairan yang berada di atas bidang lengkung AB.

iii. Semua gaya yang bekerja pada bidang elementer sebagai bagian dari bidang lengkung akan bekerja tegak lurus karena itu akan menjadi gaya radial bila bidang lengkung adalah bidang silinder dan akan melalui titik pusat 0 seperti terlihat pada gambar III-10.c., maka R juga sebagai resultante tekanan akan bekerja melalui 0.

b. Sebuah pintu air berbentuk seperempat lingkaran mempunyai diameter 1,5 meter.
Bila air mempunyai permukaan sama tinggi dengan engsel 0, hitunglah resultante tekanan terhadap pintu air dan besarnya momen yang diperlukan untuk membuka pintu air itu. Lebar dari pintu air = 3 meter, mempunyai berat = 6000 kg.



Gb. III-11

Jawab:

Gaya horisontal H = resultante tekanan pada bidang proyeksi dari bidang lengkung AB yaitu bidang OA.

= w x luas OA x tinggi sampai titik pusat bidang OA.

= $(9{,}81 \cdot 10^3)\,(3 \cdot 1{,}5)\,0{,}75$

= $33{,}1 \cdot 10^3$ N.

Gaya vertikal V = berat cairan yang mengisi OAB

= w x volume OAB

= $(9{,}81.10^3)(3.¼\ \pi . 1{,}5^2)$

= $52{,}0.10^3$ N.

Resultante tekanan $R = \sqrt{(H^2 + V^2)}$

$= \sqrt{(109{,}5.10^6 + 270{,}5.10^6)}$

= 616600 N

Bila sudut θ adalah sudut antara R dengan garis horisontal, maka :

$\tan \theta = 52/33{,}1$

$\theta = 57°28'$.

Karena AB adalah bagian dari suatu lingkaran, maka R akan bekerja melalui O dan tidak menimbulkan momen terhadap O, jadi momen yang ada adalah momen yang disebabkan oleh berat dari pintu air.

Jadi: momen perlu untuk membuka pintu, sebesar:

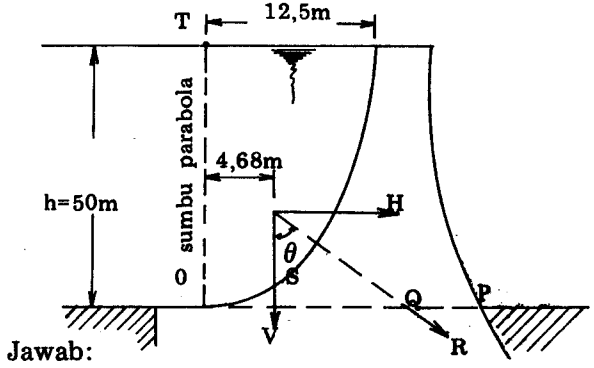
= W . 0,6

= (6000 9,81) 0,6

= 35300 N-m.

c. Sebuah bendung mempunyai permukaan berbentuk parabola dengan ukuran-ukuran seperti terlihat pada gambar III-12 Hitunglah resultante tekanan air dan letak garis kerja gaya tersebut serta berapa jarak OQ.

Gb. III-12



Jawab:

Gb.III-12

Diambil lebar bendung 1 meter untuk perhitungan.

Gaya H= gaya proyeksi OT

$= \frac{1}{2}wh^2 = \frac{1}{2}(9{,}81.10^3)\,50^2 = 12{,}25.10^6$ N.

gaya ini bekerja pada titik pusat tekanan bidang OT setinggi 1/3.h = 1/3.50 = 16,67 meter dari 0.

Gaya V= berat air antara bidang OT dan permukaan para bola bendung

= w x 1 x (luas muka setengah parabola)

$= (9{,}81.10^3)\,(\frac{2}{3} \cdot 50 \cdot 12{,}5) = 4{,}08.10^6$ N.

gaya ini bekerja pada jarak 4,68 m dari OT

Gaya resultante $R = \sqrt{(H^2 + V^2)} = \sqrt{(12{,}25^2 + 4{,}08^2)} \cdot 10^6$

$= 12{,}9 \cdot 10^6$ N.

Sudut $\theta = \tan^{-1} H/V = \tan^{-1}(\frac{12{,}25.10^6}{4{,}08.10^6}) = 71°34'$

$OQ = OS + SQ = OS + \frac{1}{3}h.\tan\theta$

$= 4{,}68 + \frac{50}{3} \cdot \frac{12{,}25.10^6}{4{,}08.10^6} = 54{,}68$ meter.

Soal - soal

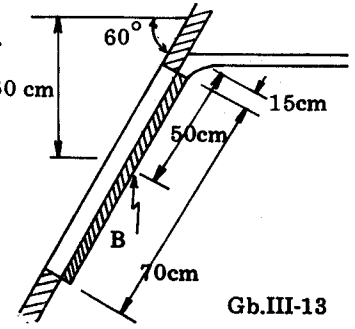
1. Hitunglah resultante tekanan air dan tentukan letak titik pusat tekanan dari:
   (a) Pelat persegi 1,8 m x 1,8 m terletak tegak lurus.
   (b) Pelat bundar dengan diameter 1,8 m terletak tegak lurus.

   Titik pusatnya terletak pada 1,2 m di bawah muka air.
   (38,1 kN ; 1,425 m; 29,9 kN; 1,368 m).

2. Sebuah penahan air mempunyai pintu yang tingginya 2 m dengan lebar 1 m dan dipasang dengan dua engsel yang terletak 15 cm di bawah puncak pintu dan 15 cm di atas dasar, juga diberi kunci pada tengah-tengah sisi yang tidak berengsel.
   Hitunglah gaya-gaya yang bekerja pada engsel-engsel dan pada kunci bila permukaan air berada 1 meter di atas bagian puncak pintu.
   (5,52 kN; 14,10 kN; 19,62 kN)

3. Sebuah tangki silinder yang berdiameter 60 cm dan tingginya 1,8 m berisi air setinggi 1,2 m.
   Udara dipompakan ke dalam tangki sehingga mencapai tekanan 35 kN/m^2
   Hitunglah tekanan yang bekerja pada dinding tegak tangki dan jarak garis kerja gaya dari dasar tangki.
   (132,3 kN; 0,856 m).

4. Pada dinding waduk diberi lubang berbentuk bundar untuk menyadap air.
   Lubang itu diberi pintu dengan diameter 70 cm.
   Pintu air mempunyai engsel di H dan pintu itu diberi berat W untuk keseimbangan yang hanya cukup untuk menahan supaya pintu tertutup bila tidak ada air di dalam bendung.



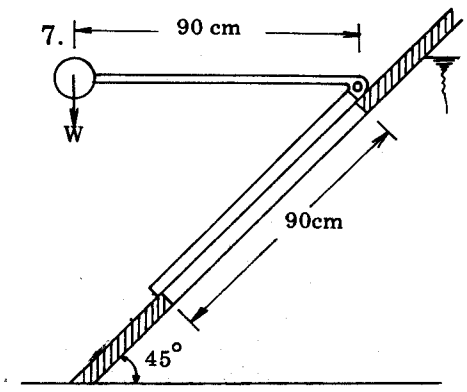
Gb.III-13

Berapakah beban yang harus ditambahkan pada lengan W dengan jarak 90 cm dari H, sehingga pintu air akan tetap tertutup bila air naik sampai tinggi 60 cm dari pusat pintu air.

(134,5 kg)

5. Sebuah pintu air berbentuk persegi panjang (1,50 m lebar x 1,60 m panjang), di mana bagian atas dari pintu terletak 1,20 m di bawah muka air.
Pintu air dibuka dengan cara mendorongnya di atas rel, ke samping.
Pintu membuat sudut 45° dengan bidang vertikal.
Apabila koefisien gesek pintu dengan rel = 0,12, berapakah gaya yang dibutuhkan untuk mendorong pintu ke samping?
(625 kg).

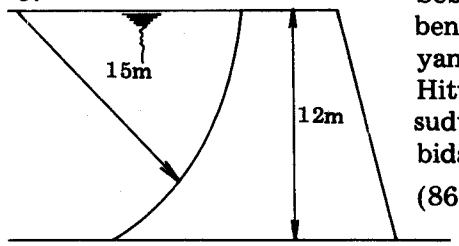
6. Permukaan dari sebuah bendung air di bawah permukaan air sejarak 7,5 m, kemudian membuat sudut 30° dengan garis tegak lurus.
Bila dalamnya air 16,5 m, berapakah besarnya tekanan air terhadap bendung dan di mana letak garis kerjanya ?
(1,475 . 10^6 N; bersudut 24°.36' dari bidang datar dan memotong dasar sejarak 5,5 m dan 2,93 m dari bidang vertikal).

7. 

Gb. III-14

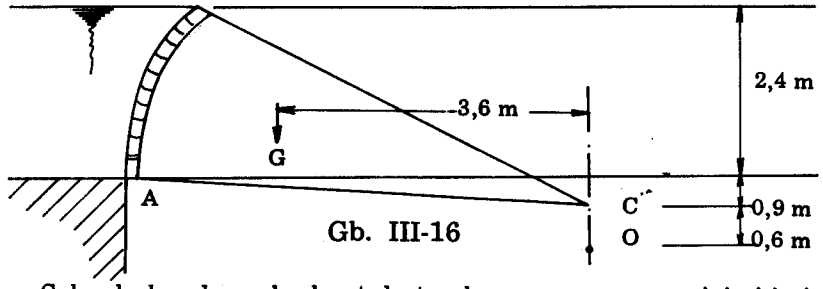
Sebuah pintu air seperti yang terlihat pada gambar III-14, mempunyai ukuran 90 cm x 60 cm.
Pintu ditutup oleh berat sendiri dan beban W.
Berat pintu air = 45 kg, sedangkan berat dari tuas pemberat diabaikan.
Berapakah berat W apabila pintu mulai dapat dibuka pada ketinggian air 30 cm di atas pintu, diukur dari bagian atas pintu air.
(161 kg)

8. Sudut antara dua daun pintu air adalah 140°, masing-masing tingginya 6 meter dan lebarnya 1,8 meter.
Daun pintu diberi dua engsel, pada jarak 0,6 meter dan berjarak 0,6 meter pula untuk engsel atasnya dari puncak pintu. Bila tinggi air di satu sisi 5 meter, sedangkan sisi lainnya 1,5 meter, berapakah besarnya reaksi engsel bawah dan atas ?
(73 kN; 221 kN)

9. 

Gb.III-15

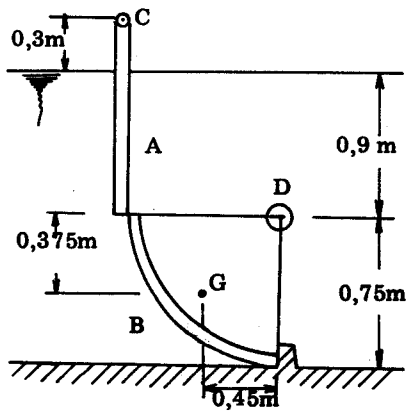
Sebuah bendung mempunyai bentuk lingkaran pada permukaan yang diisi air (gb.III-15).
Hitunglah resultante tekanan dan sudut garis kerjanya terhadap bidang datar.
(860 kN; 35°)

10. 

Gb. III-16

Sebuah bendung berbentuk tembereng mempunyai jari-jari 5,4 m. Pusat dari lingkaran ialah C yang terletak 0,9 m di bawah A dan 0,6 m di atas titik 0, di mana 0 adalah sumbu putar untuk membuka pintu air tersebut. berat pintu = 3000 kg tiap meter panjang dan titik beratnya terletak 3,6 m dari garis tegak lurus yang melalui 0. Bila tinggi air = 2,4 m di atas A.
Hitunglah: (a) Resultante gaya yang bekerja di O.
(b) Resultante momen yang bekerja di O.
(36,2 kN; 89 kN-m)

11.



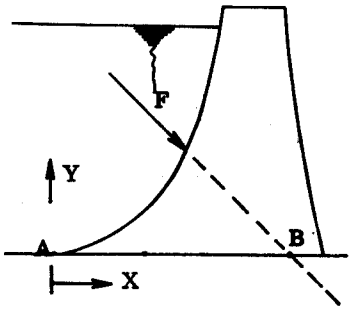
Gb. III-17

Sebuah pintu air berbentuk seperti pada g. III-17. A adalah pintu berbentuk datar yang mem punyai engsel di C dan ditahan oleh pintu B yang beratnya 500 kg tiap meter lebar. Titik beratnya adalah G.
Bila tinggi air = 1,65 m di atas dasar, hitunglah gaya yang bekerja di engsel D dan juga tentukan arah kerjanya gaya tersebut, serta dihitung pula besarnya momen yang dibutuhkan untuk memutar sumbu D sehingga pintu menjadi terbuka.

(11,2 kN; 28°28′; 2,21 kN-m).

12. Sebuah pelat berbentuk lingkaran di pasang dengan tegak pada dasar pondasi. Di atas pelat itu ditaruh ½ bola berjari-jari 60 cm yang dibautkan kepada pelat lingkaran. Bila ½ bola itu diisi air setinggi 45 cm dan pada ruang udara di dalam ½ bola ada tekanan sebesar 35 kN/m^2 di atas tekanan atmosphir, hitunglah gaya yang akan mematahkan baut, bila ½ bola itu mempunyai berat 110 kg. Titik pusat dari ½ bola terletak di atas pelat tersebut.
(39,48 kN).

13.



Gg. III-18

Permukaan dari sebuah bendung berbentuk lengkung dengan persamaan:

$$Y = (1/2{,}4).X^2$$

Tinggi air = 15,25 m.
Hitunglah tekanan F terhadap muka bendung dan tentukan letaknya titik B yaitu perpotongan antara garis dasar bendung mendatar dengan garis kerja gaya.

(1290 kN/m; 11,84 m)

BAB IV

KESTABILAN BENDA-BENDA TERAPUNG

Hampir semua persoalan mengenai benda-benda terapung, baik terbenam seluruhnya dalam air maupun sebagian seperti halnya kapal laut adalah persoalan keseimbangan antara gaya-gaya berat dari benda terapung dan resultante tekanan dari cairan terhadap permukaan benda terapung tersebut.

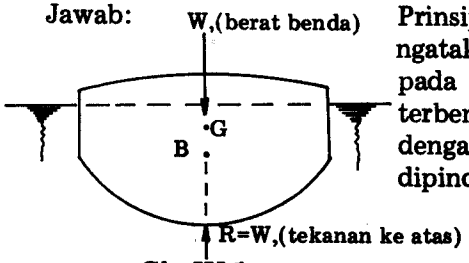
Selain dari soal keseimbangan ada hal lain yang juga penting yaitu soal "kestabilan", jadi sebuah kapal laut tidak cukup hanya berada dalam keseimbangan tetapi juga harus berada dalam keadaan stabil pada setiap posisi yang dikehendaki, sehingga bila kapal itu bergoyang ke depan maupun kebelakang atau ke samping, maka "momen untuk mengembalikan pada posisi seimbang" akan timbul dan kapal akan berada dalam keadaan lurus kembali.

IV. 1. Terapung

a. 1. Uraikan prinsip-prinsip hukum Archimedes dan terangkan penggunaannya terhadap benda-benda terapung.

2. Saluran pipa besi mengalirkan gas di dalamnya, mempunyai garis tengah 120 cm di bagian dalamnya dan garis tengah bagian luarnya sama dengan 125 cm.
Pipa itu melintasi sungai dan diletakkan di dasar sungai dengan memakai angker besi setiap jarak 3 meter diikatkan pada pondasi.
Hitunglah tekanan ke atas dalam Newton per meter panjang dan tekanan ke atas pada setiap angker.
Berat jenis besi 7900 kg/m^3; berat jenis air = 1000 kg/m^3.

Jawab:



Gb. IV-1

Prinsip hukum Archmedes mengatakan bahwa tekanan ke atas pada benda yang terapung atau terbenam dalam benda cair sama dengan berat benda cair yang dipindahkan oleh benda itu.

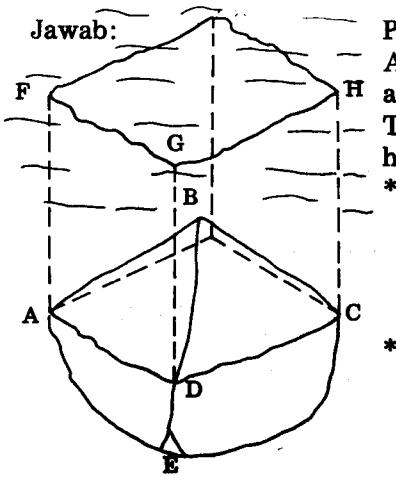
Tekanan ke atas akan bekerja melalui titik berat benda cair yang dipindahkan yang disebut "titik pusat apung" (centre of buoyancy).
Pada gambar IV-1 terlihat sebuah benda terapung dalam keadaan seimbang akibat berat benda W yang bekerja pada titik berat G dan gaya R bekerja ke atas melalui "titik pusat apung" B.
Jadi: berat benda terapung W = tekanan ke atas R.
= berat benda cair yang dipindahkan.
R dan W bekerja pada garis tegak lurus yang berimpit.
Tekanan ke atas/meter = berat air yang dipindahkan/meter
= (1000.9,81) ¼ π (1,25)^2
= 12150 N/m.

Jarak dari angker 3 meter;
Resultante tekanan ke atas pada angker = (tekanan ke atas — berat) 3 m pipa.
Berat pipa 3 meter = 3(7900. 9,81) ¼ π (1,25^2 — 1,20^2)
= 183000.2,45.0,05
= 22500 N
Tekanan ke atas pada pipa sepanjang 3 m = 3.12150
= 36450 N
Jadi resultante tekanan ke atas pada angker = 36450 — 22500
= 13950 N

b. 1. Dengan memperhatikan gaya-gaya yang bekerja pada benda tenggelam dalam cairan, buktikan bahwa resultante gaya bekerja tegak lurus dan sama dengan berat cairan yang dipindahkan.

2. Bila sebuah kapal memindahkan air laut sebanyak 115 m^3, hitunglah:
i. Berat kapal itu bila B.D. air laut = 1025 kg/m^3
ii. Volume air tawar yang akan dipindahkan kapal bila B.D. air tawar = 1000 kg/m^3.

Jawab:



Gb.IV-2

Pada gambar IV-2, terlihat benda ABCDE tenggelam di dalam cairan.
Telah diketahui dari soal terdahulu bahwa:
*Gaya horisontal pada bidang lengkung sama dengan gaya horisontal pada bidang proyeksi bidang lengkung itu terhadap bidang vertikal.
* Gaya vertikal pada bidang lengkung sama dengan berat cairan yang berada di atas bidang lengkung itu.

Bila kita buat sebarang bidang vertikal memotong benda tersebut di atas, maka proyeksi dari 2 permukaan yang terbelah pada bidang vertikal ini akan sama dan gaya-gaya horisontal pada kedua permukaan akan sama besar tetapi berlawanan arah. Karena itu tidak ada gaya horisontal yang bekerja pada benda, jadi resultante gaya haruslah vertikal. Pada gambar IV-2, terlihat bidang ADC yang terletak mendatar.

Tekanan ke atas = gaya ke atas pada bidang ADEC — gaya ke bawah pada bidang ABCD.
= berat cairan AECDHGF — berat cairan ABCDGHF
= berat cairan ABCDE
= berat cairan yang dipindahkan oleh benda itu.

i. Berat kapal = berat air laut yang dipindahkan
Berat kapal = massa air laut yang dipindahkan
= 1025.115 = 118000 kg.

ii. Massa air tawar yang dipindahkan = massa kapal
= 118000 kg

jadi air tawar yang dipindahkan = $\frac{118000}{1000}$ = 118 m^3.

c. 1. Sebutkan tiga buah syarat di mana sebuah benda padat berada dalam keadaan seimbang.

2. Apakah yang disebut "metacentre" dan tunjukkan bahwa kestabilan benda terapung tergantung dari kedudukan metacentre dan titik pusat gaya berat.

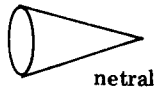
3. Sebuah kapal memindahkan air tawar sebanyak 2500000 kg. Benda yang mempunyai berat 20000 kg berpindah tempat sejauh 9 meter melintang geladak kapal menyebabkan sebuah pendulum yang panjangnya 3 meter bergerak 23 cm ke arah mendatar.
Hitunglah perubahan tinggi "metacentre".

Jawab:

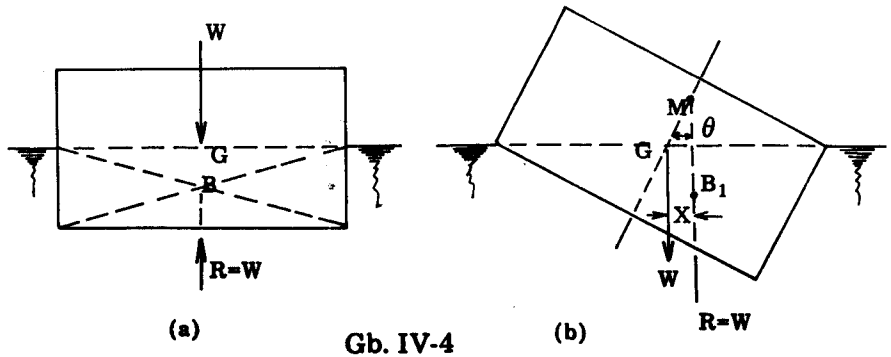
1. Ada 3 syarat dari keseimbangan benda padat:
   i. Seimbang dan stabil: Sedikit perubahan dari keadaan seimbang ini akan menyebabkan "momen pengembalian posisi" bekerja dan mengembalikan ke keadaan semula.

   ii. Seimbang tapi tidak stabil: Sedikit perubahan dari kedudukan seimbang ini akan menimbulkan momen guling dan tidak akan kembali ke kedudukan semula.

   iii. Seimbang dan netral: Benda akan tetap berada dalam keadaan seperti semula, meskipun kedudukannya diubah.

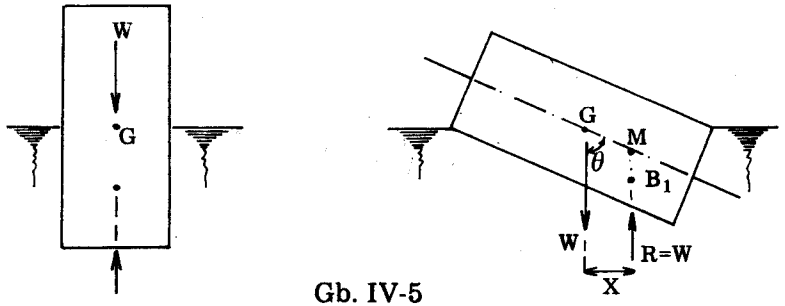


2. Gambar IV-4.a adalah sebuah benda terapung dalam keadaan seimbang. Beratnya W bekerja melalui titik berat G dan gaya tekanan ke atas R bekerja melalui "titik pusat apung" B yang juga adalah titik berat dari cairan yang dipindahkan. R dan W bekerja pada garis vertikal yang sama.



Gb. IV-4
Benda dalam keadaan seimbang dan stabil

Apabila benda itu berubah posisinya dari keadaan seimbang maka berat W tetap akan bekerja di titik G, sedang volume cairan yang dipindahkan adalah tetap sebab R = W, hanya bentuknya berubah dan kedudukan titik berat dan titik pusat apung akan pindah.
Jadi seperti pada gambar IV-4.a cairan yang dipindahkan berbentuk segi empat, sedangkan pada gambar IV-4.b berbentuk segi tiga dan titik pusat apungnya pindah ke B_1, akibatnya gaya R dan W tidak lagi bekerja pada satu garis tetapi menimbulkan momen sebesar WX sebagai "momen pengembalian ke posisi semula" sedangkan pada gambar IV-5 memperlihatkan timbulnya "momen guling".



Gb. IV-5
Seimbang tapi tidak stabil

Titik "metacentre" M adalah titik perpotongan antara garis kerja R untuk benda yang sudah berubah kedudukannya dengan garis vertikal semula sebelum berubah kedudukannya, di mana garis itu melalui titik berat G.
"Tinggi metacentric" ialah jarak antara G dan M.
Bila perubahan sudut θ sangat kecil maka momen pengembalian ke posisi semula = WX = W.GM.θ, (sebab bila θ sangat kecil maka dianggap $\tan\theta = \sin\theta = \theta$radians).
Apabila dibandingkan gambar IV-4 dan IV-5 maka terlihat bahwa:

i. Apabila M terletak di atas G maka timbul "momen pengembalian ke posisi semula", GM dianggap positif, sedangkan keseimbangan benda disebut stabil.

ii. Apabila M terletak di bawah G, maka yang timbul ialah "momen guling", GM dianggap negatif, sedangkan keseimbangan benda disebut "tidak stabil".

iii. Apabila M dan G berhimpitan maka benda disebut dalam keseimbangan netral.

Karena benda terapung dapat berubah kedudukannya dari keadaan seimbang ke segala jurusan maka kedudukan metacentre dan tinggi metacentric berlainan.

3. Terlihat pada gambar IV-4 bila berat benda 20000 kg bergerak 9 meter melintasi geladak maka:

momen guling = (20.000 x 9,81) 9 Nm.

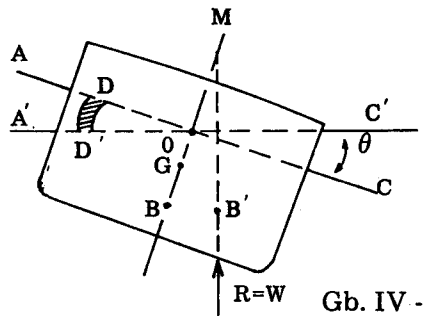
momen pengembalian/lawan keposisi semula = WX = W GM θ

= 2500000.9,81 (0,23/3)GM.

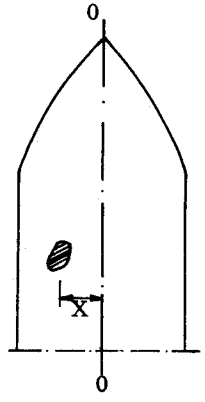
Karena kapal berada dalam keadaan seimbang meskipun dalam keadaan miring, maka:

momen guling = momen lawan keposisi semula
= 2500000 . 9,81 (0,23/3)GM

Jadi tinggi metacentric = GM
= (3.20.9)/(2500.0,23)
= 0,94 m.



Gb. IV - 6



d. 1. Buktikan apabila B adalah titik pusat apung, M adalah titik metacentre untuk gulingan dari benda terapung bahwa BM = I/V

I = momen inersia dari permukaan benda terapung terhadap sumbu memanjang.

V = volume yang terbenam di bawah air.

2. Karena muatan barang yang mempunyai berat 25000 kg dipindahkan sejauh 6 m, pemindahan tegak-lurus terhadap bidang vertikal melalui sumbu memanjang, menyebabkan kapal menjadi miring 5°.
Bila berat air yang dipindahkan 5000 ton dan I = 5840 m^4, sedangkan B.D. air laut = 1025 kg/m^3.

Hitunglah i. tinggi metasentrik.
ii. jarak antara titik berat dan titik pusat apung.

Jawab:

Pada gambar IV-6 terlihat, bila kapal berada dalam keadaan seimbang maka AC adalah permukaan air sedang B adalah titik pusat apung. Apabila kapal itu oleng dan membuat sudut θ maka titik pusat apung pindah ke B' sebagai akibat perubahan bentuk dari air yang dipindahkan dan permukaan air menjadi A'C'.
Bila θ kecil maka BM = BB'/θ; (BB' = BM.tanθ = BM.θ).
Titik pusat apung ialah titik berat dari cairan yang dipindahkan.
Bila kapal oleng maka volume dari cairan yang dipindahkan berubah dengan berkurangnya bidang AOA' dan bertambah dengan COC'.
Bila kedudukan O diketahui maka jarak BB' dapat dihitung dan BM dapat diketahui jaraknya.

* Mencari O:
Bila kapal oleng maka berat cairan yang dipindahkan tidak berubah, jadi:

Berat AOA' = berat COC'

Bila a adalah luas bidang elementer pada bidang datar permukaan air sejauh X dan sumbu putar OO, maka a

akan bergerak dan isinya dapat dihitung sesuai dengan miringnya kapal.

isi a = DD' . a = a X θ ; (karena θ dianggap kecil sekali)

$$\text{maka berat } AOA' = \sum_{X=O}^{X=AO} waX.\theta$$

$$\text{berat } COC' = \sum_{X=O}^{X=CO} waX.\theta$$

Karena tidak ada perubahan dari berat cairan yang dipindahkan maka:

$$w\theta \sum_{X=O}^{X=AO} aX = w\theta \sum_{X=O}^{X=CO} aX$$

$$w\theta \sum_{X=AO}^{X=CO} aX = 0 ; \quad w \neq O , \theta \neq O$$

jadi : $\Sigma aX = 0$.

ΣaX = momen bidang terhadap 00 yang terletak pada bidang permukaan air.

Jadi 00 terletak pada garis pusat bidang permukaan air.

* Mencari pergeseran "titik pusat apung" = BB' :
Kopel yang dihasilkan oleh bergeraknya AOA' ke kedudukan COC' sama dengan kopel yang disebabkan bergeraknya dari B ke B'.
Momen dari volume yang ditimbulkan oleh bidang a terhadap sumbu 00 = wθ a. X. X
Jumlah momen karena perpindahan kedudukan =
wθ ΣaX^2, bila ΣaX^2 = I ; (I = momen inersia dari bidang permukaan air terhadap sumbu 00).
Jadi jumlah momen = wθI.
Momen yang timbul karena pindahnya gaya R = R.BB'

$$R.BB' = w\theta I$$

Tapi R = wV di mana V = volume yang diisi cairan.

$$BB' = \theta I/V$$

$$BM = BB'/\theta = I/V$$

i. Momen guling = momen pengembalian ke posisi semula

$P.X = W.GM.\theta$

P = beratnya muatan barang yang dipindahkan.
X = jarak pemindahan.
W = beratnya kapal.
θ = sudut guling dalam radian.

jadi: $(25000.9{,}81).6 = (5000.10^3.9{,}81).GM.\frac{5}{360}.2\pi$

Tinggi metasentrik = $GM = \frac{25.6.360}{5000.5.2.\pi} = 0{,}344$ m.

ii. Volume air yang dipindahkan = $V = \frac{5000.10^3}{1025}$

$= 4880\ m^3$

momen inersia dari bidang permukaan air = I

$= 5840\ m^4$

$BM = I/V = 5840/4880 = 1{,}195$ m

Jarak dari titik berat sampai titik pusat apung

$= BG = BM - GM$

$= 1{,}195\ m - 0{,}344\ m = 0{,}851$ m

e. Apakah syaratnya agar supaya keadaan seimbang dan stabil itu terlaksana untuk benda yang terapung di atas cairan. Sebuah kerucut dengan sudut puncaknya 60° mempunyai kerapatan relatif = k terhadap cairan di mana kerucut itu terapung dengan bagian runcing di bawah.
Tentukan berapakah harga k agar kerucut itu tetap dalam keadaan seimbang dan stabil.

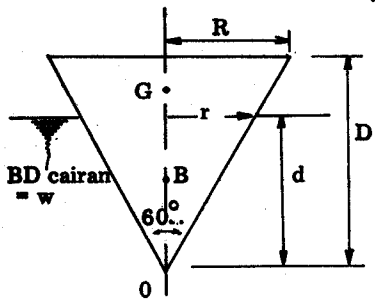
Jawab:

Syarat agar suatu benda dalam keadaan seimbang dan stabil bila terapung di air ialah:

i. berat benda = berat cairan yang dipindahkan.
ii. tinggi metasentrik harus bernilai positif.

Lihat gambar IV-7

$r = \frac{1}{\sqrt{3}}d$ dan $R = \frac{1}{\sqrt{3}}D$



Gb. IV-7

G = titik berat kerucut;
OG = (3/4)D
B = titik pusat apung;
OB = (3/4)d

Untuk benda terapung:
Berat kerucut = berat cairan yang dipindahkan.

$(1/3)\pi R^2 D.kw = (1/3)\pi r^2 d.w$

Substitusikan harga r dan R maka:

$$\frac{k\pi D^3}{9} = \frac{\pi d^3}{9} \longrightarrow d = k^{1/3}D$$

jadi; $OB = (3/4)d = (3/4)k^{1/3}D$

$$BM = \frac{I}{V} = \frac{\frac{1}{4}\pi r^4}{\frac{1}{9}\pi d^3} = \frac{9\,r^4}{4\,d^3} = \frac{1}{4}d = k^{1/3}.\frac{1}{4}D$$

$$BG = OG - OB = \frac{3}{4}D(1 - k^{1/3})$$

Syarat agar stabil haruslah tinggi metasentrik GM=BM—BG, berharga positif sehingga BM harus lebih besar dari BG.

$$k^{1/3}\,\tfrac{1}{4}D > \tfrac{3}{4}D(1-k^{1/3})$$

$$k^{1/3} > 3-3k^{1/3}$$

$$4k^{1/3} > 3$$

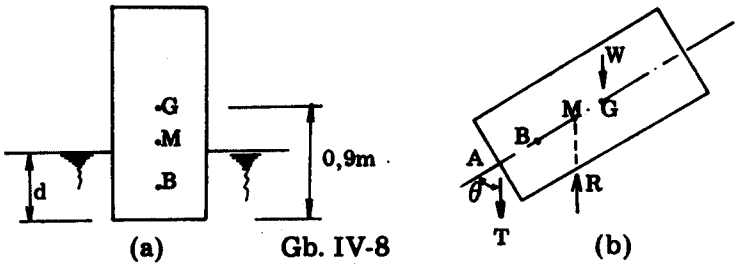
$$k > 0{,}421$$

juga bila benda tidak tenggelam maka $k < 1$

jadi harga $k = 0{,}421$ sampai 1.

f. Pelampung berbentuk silinder tingginya 1,8 m, bergaris tengah 1,35 m mempunyai massa 770 kg.

Buktikan bahwa pelampung itu tidak akan terapung tegak lurus pada air laut dengan BD = 1025 kg/m^3.
Bila rantai tegak lurus dari dasar laut diikatkan kepada bagian bawah silinder, hitunglah tarikan rantai yang diperlukan untuk mempertahankan pelampung itu tetap tegak lurus. Titik berat dari pelampung berada 0,9 m dari dasar pelampung.



Gb. IV-8

Jawab:

(a) Tanpa rantai pengikat (lihat gambar IV-8 (a)).

Volume air yang dipindahkan = V = 770/1025 = 0,75 m^3

Dalam pelampung yang terendam = d = $V/\pi r^2$

$$= \frac{0{,}75}{\pi(0{,}675)^2} = 0{,}524 \text{ m}$$

Tingginya titik pusat apung dari dasar = ½d

= 0,262 m.

Tingginya titik berat di atas dasar = 0,9 m.

BG = 0,9 — 0,262 = 0,638 m.

$$BM = \frac{I}{V} = \frac{\pi.\,\frac{1}{4}r^4}{V} = \frac{\frac{1}{4}\pi(0{,}675)^4}{0{,}75} = 0{,}218 \text{ m.}$$

Tinggi metasentrik = GM = BM — BG = —0,42 m.

unstabil

Tinggi metasentrik yang bernilai negatif berarti pelampung tidak stabil.

(b) Dengan rantai pengikat (lihat gambar IV-8 (b)).
Bila T = tarikan rantai dalam Newton.

maka tekanan ke atas yang baru = R = T + W

Volume baru yang dipindahkan = $R/\rho g$

$$= R/(1025.9{,}81) \text{ m}^3.$$

$$\text{Tinggi terendam yang baru} = \frac{R}{1025.9{,}81.\pi.(0{,}675)^2}$$

$$= \frac{R}{14400} \text{ m} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{Tinggi titik pusat apung di atas A} = \frac{R}{28800} \quad \text{---}$$

$$BM = I/V = \frac{\frac{1}{4}\pi(0{,}675)^4}{R/(1025.9{,}81)} = 1635/R \text{ m} = BM$$

$$AM = AB + BM = \frac{R}{28800} + \frac{1635}{R} \text{ m}$$

$$AG = 0{,}9 \text{ m dan } GM = 0{,}9 - \frac{R}{28800} - \frac{1635}{R} \text{ m}$$

Mengambil momen terhadap G, syarat keseimbangan menjadi:

$$0{,}9T = R(0{,}9 - \frac{R}{28800} - \frac{1635}{R})$$

$$0{,}9(R - 770.9{,}81) = 0{,}9R - \frac{R^2}{28800} - 1635$$

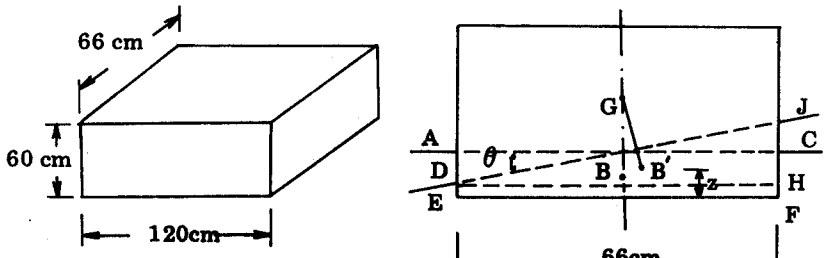
$$R^2 = 28800(6800 - 1635) = 149.10^6$$

$$R = 12200 = 770.9{,}81 + T \text{ Newton}$$

Jadi tegangan pada rantai = T = 12200 — 7560

= 4640 N.

g. Sebuah tangki besi berbentuk seperti dalam gambar IV-9, terbuat dari pelat besi yang berukuran 120 cm x 66 cm dan tingginya 60 cm.
Bila berat pelat besi = 369 N/m^2 dan tangki terapung di air. Buktikan bahwa tangki berada dalam keadaan seimbang tapi tidak stabil dan hitunglah sudut kemiringannya (θ) apabila tangki tetap berada pada posisi yang stabil.



Gb. IV-9

Jawab :

(a) Dalam keadaan tegak lurus.

Berat tangki = 369(2.1,2.0,66 + 2.1,2.0,6 + 2.0,66.0,6)

= 369.3,82 = 1410 N

Air yang dipindahkan V = $\frac{1410}{9{,}81.10^3}$ = 0,1435 m^3.

Tinggi yang terendam = $\frac{0.1435}{1{,}2.0{,}66}$ = 0,182 m

Tinggi titik pusat apung di atas dasar = ½.0,182

= 0,091 m

Tinggi titik berat tangki = ½.0,6 = 0,3 m.

Jarak titik berat di atas titik pusat apung = BG

= 0,209 m.

$$BM = \frac{I}{V} = \frac{1{,}2.(0{,}66)^3 . 1/12}{0{,}1435} = 0{,}200 \text{ m.}$$

Tinggi metasentrik GM = BM — BG = 0,200 — 0,210

= — 0,010 m.

Jadi terbukti bahwa tangki tidak stabil.

(b) Apabila sisi tangki membuat sudut θ dengan garis vertikal sehingga permukaan air bergerak dari AC ke DJ (lihat gambar IV-9), maka titik pusat apung B akan bergeser ke B' pada ketinggian z dari dasar.
Bagian yang terendam tidak berubah, maka :

luas DEFJ = 0,180.0,66 = 0,119 m^2

ED = 0,182 — 0,33.tan.θ

FJ = 0,182 + 0,33.tanθ

JH = FJ — ED = 0,66.tanθ

jarak z dapat dihitung dengan momen bidang terhadap EF.

luas DEFJ . z = momen DEFH + momen DHJ

$$0{,}119z = 0{,}66\,(0{,}182 - 0{,}33.\tan\theta)^2.\tfrac{1}{2} + [0{,}66.0{,}66.\tan\theta.\tfrac{1}{2}(0{,}182 - 0{,}33.\tan\theta + 0{,}22.\tan\theta)\,]$$

$$z = 0.0898 + \tan^2\theta$$

$$B'G = (0{,}3 - z)\sec\theta$$

Harga I baru, karena permukaan air berubah $= \dfrac{1{,}2.(DJ)^3}{12}$

$$= \frac{(0{,}66.\sec\theta)^3}{10}$$

$$= 0{,}0288.\sec^3\theta$$

Bila M′ adalah metacentre yang baru maka :

$$B'M' = I/V = \frac{0{,}0288.\sec^3\theta}{0{,}1435} = 0{,}202.\sec^3\theta$$

Tangki akan berada dalam keseimbangan bila B′G=B′M′

$$(0{,}3 - 2).\sec\theta = 0{,}202.\sec^2\theta$$

$$0{,}3 - 0{,}0898 - \tan^2\theta = 0{,}202.\sec^2\theta$$

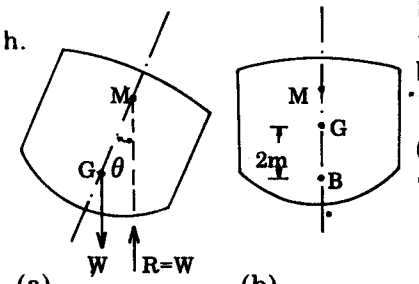
$$= 0{,}202 + 0{,}202.\tan^2\theta$$

$$1{,}202.\tan^2\theta = 0{,}009$$

$$\tan\theta = 0{,}0866$$

$$\theta = 5°$$

h.



(a) (b)

Gb. IV-10

Sebuah benda terapung seperti terlihat pada gambar IV-10.a, bergoyang dari posisi seimbang. Buktikan bahwa:

(a) periode ayunannya secara beraturan.

$$t = 2\pi\sqrt{(k^2/gm)}$$

m = tinggi metasentris,

k = jari-jari inersia terhadap titik berat.

(b) Bila berat air yang dipindahkan kapal = 5000 ton, momen inersia bidang untuk bagian yang rata permukaan laut = 12000 m^4 terhadap sumbu bujur kapal, titik pusat apung berada 2 m di bawah titik berat dan jari-jari inersia = 3,7 m.
Hitunglah periode ayunannya dari kapal itu.
(BD air laut = 1025 kg/m^3).

Jawab:

(a) lihat gambar IV-10.a.

Momen pengembalian ke posisi semula = T = W.GM.θ

$$= Wm\theta$$

Percepatan sudut karena $T = T/I = \dfrac{Wm\theta}{(W/g).k^2} = \dfrac{m\theta g}{k^2}$

Karena percepatan sebanding dengan θ, maka ayunan adalah ayunan harmonis sederhana.

Periode ayunan $t = 2\pi\sqrt{\dfrac{\text{gerakan sudut}}{\text{percepatan}}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\theta}{m\theta g/k^2}}$

$$= 2\pi\sqrt{(k^2/gm)}$$

(b) pada gambar IV-10.b, BG = 2 m.

Volume yang dipindahkan = $V = \frac{5000.1000}{1025} = 4880\ m^3$.

$BM = I/V = \frac{12000}{4880} = 2{,}45$ m.

$GM = BM - BG = 2{,}45 - 2 = 0{,}45$ m.

Periode ayunan $= 2\pi\sqrt{\frac{3{,}7^2}{0{,}45.9{,}81}} = 11{,}1$ detik.

i. (a) Sebuah tangki berisi cairan, berayun terhadap sumbu memanjangnya sebesar sudut θ.
Buktikan bahwa titik berat G dari cairan di dalam tangki akan bergeser ke G′ sehingga $GG' = \theta(I/V)$.
I = momen inersia bidang permukaan cairan terhadap sumbu memanjangnya.
V = volume cairan di dalam tangki.

(b) Bila tangki persegi itu mempunyai ukuran 90cm panjang x 60 cm lebar dan diletakkan di atas bantalan sehingga dapat berputar terhadap sumbu memanjangnya, berapakah jarak dari bantalan sampai dasarnya.

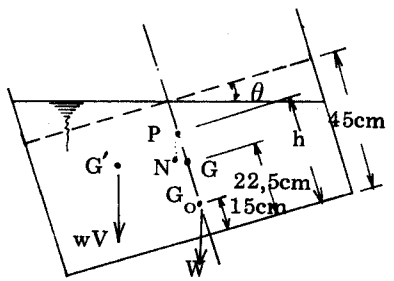
Diketahui pula massa dari tangki = 68 kg, titik berat terletak 15 cm di atas dasar sedang tangki diisi secara perlahan-lahan sehingga tangki tetap berada dalam keadaan seimbang dan stabil sampai tinggi air 45 cm, di dalam tangki keadaan berubah menjadi tidak stabil, setelah melewati 45 cm.

Jawab:

(a) Pada contoh soal d (pasal IV), sudah dijelaskan bahwa untuk perubahan sudut θ, maka titik berat B bergeser ke B′ sehingga diperoleh hubungan $BB' = \theta(I/V)$.
Pada soal ini cairan berada di dalam tangki bukan cairan dipindahkan oleh tangki, tapi perhitungan perpindahan titik berat G sama saja dengan perhitungan perpindahan titik pusat apung B sehingga di dapat hubungan:

$$GG' = \theta(I/V).$$

Gb. IV-11



(b) Stabilitas dari tangki hanya dapat dibuktikan dengan memberi ayunan sebesar θ, lihat gambar IV-11.
Apabila G_o adalah titik berat tangki, P titik putarnya, G adalah titik berat semula dari cairan di dalam tangki yang kemudian pindah ke G′.

Momen pengembalian ke posisi semula = $W.PG_o.\theta$
Momen guling = $wV.G'N$
$W = 68.9{,}81 = 668$ N.
$PG_o = h - 0{,}15$; $w = 9{,}81.10^3\ N/m^3$
Volume cairan = $V = 0{,}9.0{,}6.0{,}45 = 0{,}243\ m^3$
Sedang G berjarak 22,5 cm dari dasar tangki.

$$G'N = GG' - GN = GG' - PG.\theta$$
$$= \theta\frac{I}{V} - \theta(h - 0{,}225)$$
$$I = \frac{0{,}90.(0{,}60)^3}{12} = 0{,}01625\ m^4$$

Karena berada pada batas stabil dan tidak stabil maka :

momen pengembalian ke posisi semula = momen guling,

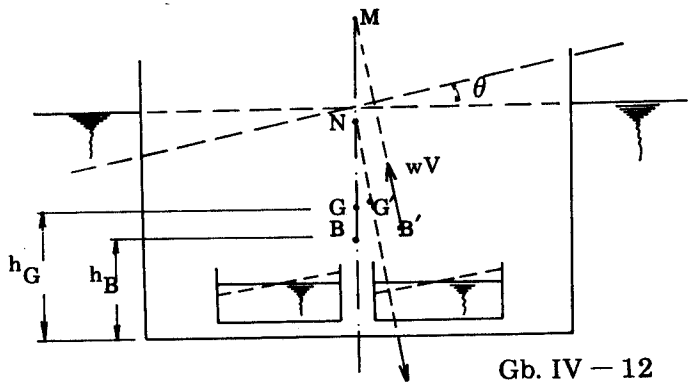
Jadi :

$$W.PG_o.\theta = wV\left[\theta\frac{I}{V} - \theta(h - 0{,}225)\right]$$

$$668(h - 0{,}15) = 9{,}81.10^3.0{,}01625 - 9{,}81.10^3.0{,}243.(h - 0{,}225)$$

$$3048h = 795$$

$$h = 0{,}26\ m$$



Gb. IV — 12

J. Turunkanlah sebuah rumus untuk tinggi metasentrik dari sebuah tangki yang memuat 2 buah tangki kecil yang diletakkan secara simetris.
Seperti terlihat pada gambar IV-12, yang berisi cairan. Apabila:

V = volume yang dipindahkan tangki.

V_1 dan V_2 adalah volume cairan yang terdapat di dalam tangki kecil dengan berat jenis w_1.

I = momen inersia bidang permukaan tangki pada permukaan air,

I_1 dan I_2 adalah momen inersia bidang permukaan dari cairan-cairan dalam tangki kecil.

Jawab:
Bila G adalah titik berat tangki berikut isinya dan B adalah titik pusat apungnya, maka bilamana tangki bergoyang sebesar θ, titik berat dari cairan akan bergeser sebesar $\theta(I_1/V_1)$ dan $\theta(I_2/V_2)$ dan menyebabkan titik berat dari tangki besar dan isinya bergeser ke G'.

Apabila w adalah berat jenis air maka :

Berat tangki dengan isinya = berat air yang dipindahkan = wV.

Jadi: $wV \cdot GG' = w_1 V_1 \cdot \theta(I_1/V_1) + w_2 V_2 \cdot \theta(I_2/V_2)$

$$GG' = \frac{w_1 \theta (I_1 + I_2)}{wV}$$

Garis vertikal yang baru melalui G' memotong garis vertikal semula di N. Garis vertikal yang baru melalui B', sedang titik pusat apung berpindah dan garisnya memotong garis vertikal semula di M.

Momen pengembalian ke posisi semula = $wV \cdot NM.\theta$

Tinggi metasentrik = $NM = h_B + BM - (h_G + GN)$

$$BM = \frac{I}{V} \quad \text{dan} \quad GN = \frac{GG'}{\theta} = \frac{w_1}{w} \cdot \frac{(I_1 + I_2)}{V}$$

$$NM = h_B - h_G + \frac{1 - \frac{w_1}{w}(I_1 + I_2)}{V}$$

Akibat dari cairan di dalam tangki-tangki kecil mengurangi tinggi metasentrik dan melemahkan stabilitas, tapi hal ini hanya apabila terdapat permukaan cairan bebas di dalam tangki-tangki kecil itu, sehingga titik beratnya bisa bergeser. Apabila tangki dibagi-bagi menjadi ruangan-ruangan, maka hal ini akan mempertinggi stabilitas dengan mengurangi jumlah dari momen inersia bidang dari permukaan cairan.

k. Sebuah ponton lebar 6 m, panjang 15 m dan tingginya 2,1 m mempunyai berat = 80 ton apabila dimuati tanpa air pemberat (ballast). Dinding tegak lurus membagi ponton menjadi 2 ruangan dengan ukuran lebar 3 m dan panjangnya 15 meter.
Kemudian air dimasukkan ke dalam masing-masing ruangan sebanyak 20 ton dengan permukaan yang bebas.
Titik berat ponton tanpa air pemberat terletak 1,5 m di atas dasar dan terletak di tengah-tengah bidang.

(a) Hitunglah tinggi metasentrik untuk goyangan terhadap sumbu memanjang.

(b) Bila beban sebesar 2 ton bergeser sejauh 3 m di atas geladak, berapakah besarnya θ ?

Jawab:

Jumlah berat ponton dengan pemberat = 120 ton = 120000 kg.

Volume air yang dipindahkan V = 120000/1000 = 120 m^3.
Bagian yang terendam = (120/6).15 = 1,33 m.
Tinggi titik pusat apung di atas dasar = h_B = 0,667 m.
Bagian yang terendam = (120/6) . 15 = 1,33 m

Volume air pemberat = $\frac{2.20.1000}{1000}$ = 40 m^3.

Tinggi air pemberat = $\frac{40}{2.3.15}$ = 0,445 m.

Tinggi titik berat air ballast = 0,222 m di atas dasar.

Tinggi titik berat ponton dan pemberatnya di atas dasar =

$$h_G = \frac{80.1,5 + 40.0,222}{120} = 1,074 \text{ m.}$$

(a) Dari soal j, terdapat :

$$\text{Tinggi metasentrik} = h_B - h_G + \frac{I - \frac{w_1}{w}(I_1 + I_2)}{V}$$

h_B = 0,667 m; h_G = 1,074 m ; w_1 = w; V = 120 m^3

Untuk permukaan air I = 15.6^3 . 1/12 = 270 m^4.

Untuk tiap-tiap ruangan $I_1 = I_2$ = 15.3^3.1/12

= 33,8 m^4.

$$\text{Tinggi metasentris} = 0,67 - 1,074 + \frac{270 - 67,6}{120}$$

= 1,28 untuk goyangan terhadap sumbu memanjang.

(b) Bila beban bergeser sejauh 3 m, maka :

Momen guling = 2.3 tm.

Momen pengembalian ke posisi semula = W.NM.θ
= 120.1,28.θ tm.

Untuk keseimbangan: 2.3 = 120.1,28.θ

θ = 0,039 radial

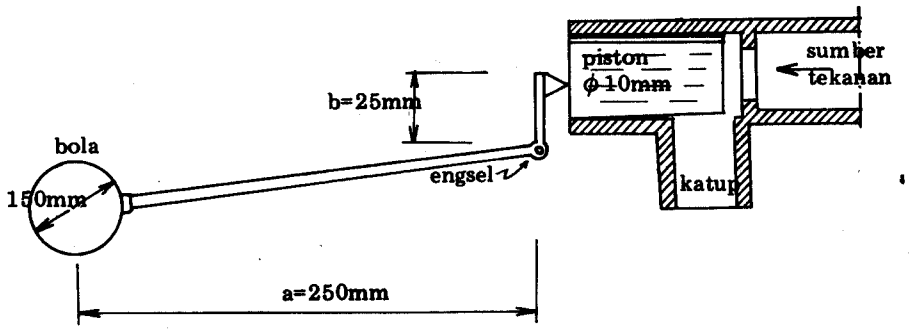
= 2° 14′.

Soal - soal

1. Sebuah ponton berbentuk persegi panjang mempunyai lebar 5,4 m dan panjangnya 12 m, sedang bagian yang terendam air tingginya 1,5 m; air tawar dengan BD = 1000 kg/m^3, hitunglah:
   (a) Massa dari ponton.
   (b) Bagian yang terendam dalam air laut yang BD-nya 1025 kg/m^3.
   (97200 kg; 1,47 m).

2. Sebuah kapal yang berlabuh di pelabuhan sungai memindahkan air sebesar 10000 ton dengan luas bidangnya pada permukaan air = 1840 m^2. Kapal itu kemudian berlabuh di pelabuhan laut dan setelah muatannya dibongkar, air yang dipindahkan menjadi 8500 ton; anggap sisi yang vertikal lurus. BD air tawar = 1000 kg/m^3; BD air laut = 1025 kg/m^3. Berapakah perbedaan bagian yang terendamnya.
   (0,924 m)

3. Lihat gambar IV-13.
   Katup akan menutup bila bola terbenam ¼-nya dari volume seluruhnya.
   Hitunglah tekanan dari sumbunya dalam kN/m^2.
   (552 kN/m^2)



Gb. IV-13

4. Lihat gambar IV-13.
   Bila a = 300 mm, diameter torak = 12,5 mm dan tekanan di sumber tekanan = 690 kN/m^2, hitunglah berapa bagian bola yang terbenam di dalam air ?
   Berapakah besarnya tekanan pada sumber, apabila katup akan menutup bila 1/3 dari bola terbenam di air.
   (0,4 ; 570 kN/m^2)

5. Sebuah kapal memindahkan air laut sebesar 2200 ton. Hitunglah volume kapal di bawah air laut, BD air laut = 1025 kg/m^3.
   (2142 m^3)

6. Sebuah kapal yang mempunyai ukuran 4,5 m x 9,6 m dengan sisi-sisi yang tegak lurus beratnya 36000 kg.
   Berapa tingginya bagian yang terbenam di dalam air.
   (2,67 m)

7. Kapal memindahkan air laut seberat 13000 ton.
   Pada waktu mengisi tangki pada sebuah sisinya kapal miring sebesar 2°16′, bila tangki berada 9 m dari garis tengah kapal, hitunglah tinggi metasentris, tan 2°16′ = 0,0396.
   (1,05 m)

8. Ponton berbentuk persegi panjang mempunyai massa sebesar 240 ton dan panjangnya 18 m. Titik beratnya terletak 0,3 m di atas titik pusat dari penampangannya dan tinggi metasentris = 1,2 m, apabila sudut kemiringannya $\theta = 10°$.
   Bagian kapal yang tidak terendam air tidak boleh kurang dari 0,6 m bila sisi-sisinya tegak lurus.
   Hitunglah lebar dan tingginya dari ponton itu bila terapung di dalam air tawar.
   (6,61 m; 2,62 m)

9. Ponton berbentuk persegi panjang berukuran 10,5 m panjang, 7,2 m lebar dan tingginya 2,4 m mempunyai massa 70000 kg. Ponton itu bermuatan ketel uap bergaris tengah 4,8 m dan massanya 50000 kg, berbentuk silinder.
   Titik berat ketel uap dan ponton terletak pada garis tengah yang sama dan kedua-duanya terletak di tengah-tengah masing-masing penampangnya.
   Hitunglah tinggi metasentrisnya bila BD air laut = 1025 kg/m^3.
   (0,865 m)

10.a. Apakah syarat yang diperlukan untuk stabilitas dari suatu benda terapung?

   b. Sebuah pelampung berbentuk silinder, bagian atasnya mempunyai garis tengah 2,1 m dan tingginya 1,2 m, membawa lampu di atasnya.
   Bagian bawah yang berbentuk lengkung memindahkan air laut sebanyak 0,396 m^3, titik pusat apungnya terletak 1,28 m di bawah mercu silinder dan jumlah air yang dipindahkan seluruhnya = 2,6 ton.
   Hitunglah tinggi metasentriknya.
   BD air laut = 1025 kg/m^3
   (0,316 m)

11. Silinder yang bagian dalamnya kosong mempunyai berat spesifik = 0,55. Diameter bagian luarnya = 0,6 m dan bagian dalamnya 0,3 m. Kedua ujung silinder itu terbuka.
   Silinder itu harus terapung dalam minyak dengan berat

spesifik = 0,84.
Hitunglah tinggi maksimum dari silinder itu sehingga bila terapung berada dalam keadaan stabil dan berapakah tinggi-nya bagian yang terbenam.

(0,53 m; 0,348 m).

12. Buktikan bahwa sebuah silinder yang terapung dengan sumbunya mendatar akan berada dalam keadaan seimbang dan stabil bila panjangnya lebih besar dari lebarnya pada bidang yang berada pada permukaan air.
Rumus yang diketemukan harus berlaku untuk tinggi bagian terendam yang dikehendaki.

13. Sebuah silinder mempunyai diameter 0,3 m dan kerapatan relatif = 0,8.
Berapakah panjang silinder yang diijinkan agar dapat ter-apung dengan sumbunya tegak lurus.

(0,266 m)

14. Buktikan bahwa sebuah silinder dengan jari-jari R dan pan-jang L dan kerapatan relatif s akan terapung dan berada dalam keadaan seimbang serta stabil dengan sumbunya tegak lurus bila $R > \sqrt{[2s(1-s)]}$

15. Sebuah kubus terbuat dari kayu dengan kerapatan relatif = 0,9 terapung dengan permukaannya sama tinggi dengan per-mukaan air bila sisinya 10 cm.
Tentukan tinggi metasentriknya.

(0,0043 m)

16. Turunkanlah rumus $2\pi \sqrt{(k^2/gh)}$ untuk periode ayun dan benda terapung. Dianggap benda itu berayun terhadap titik beratnya. K adalah jari-jari inersia dan h adalah tinggi meta-sentriknya.
Sebuah ponton berukuran 6m x 2,4m x 1,2m tinggi, dinding dindingnya mempunyai tebal 12,5 mm, terbuat dari besi yang beratnya 7750 kg/m^3.

Hitunglah periode ayunan terhadap sumbu memanjang, bila terapung di dalam air tawar. Pengaruh tebalnya diabai-kan.

(1,88 detik).

17. Buktikan bahwa sebuah pelampung dengan garis tengah 1,8 m dan tingginya 2,4 m yang mempunyai massa 1800 kg tidak akan terapung dengan sumbu tegaknya di dalam air laut (BD = 1025 kg/m^3).
Berapakah besarnya gaya yang perlu untuk menarik pelam-pung itu pada bagian bawahnya sehingga pelampung itu akan terapung dengan sumbunya tegak lurus ?
(11,7 kN)

18. Sebuah kapal memindahkan air sebanyak 10000 ton dan luas bidang pada permukaan air laut = 1480 m^2. Titik pusat massa terletak 49 m dari buritan, demikian pula titik pusat bidang dari bagian yang terapung berada 55 m dari buritan. Tinggi metasentrik untuk gerakan arah buritan-haluan ialah 91,5 m . Kapal dimuati 300 ton muatan ekstra ketika berada di laut.
Hitunglah berapa jarak yang terpendek dari buritan untuk muatan ekstra bila kapal bergerak dari air laut ke air tawar dengan syarat bagian yang terendam dari buritan tidak boleh turun lebih dari 0,3 m.
Dianggap bahwa tinggi metasentrik dan luas bidang terapung pada permukaan air tidak berubah dengan perubahan sarat (bagian terendam) kapal. BD air laut = 1025 kg/m^3.

(46,2 m)

19. Sebuah rakit dibuat dari 3 buah drum yang bergaris tengah 1,2 m dan dirakit secara simetris dengan sumbunya terletak horisontal sehingga lebarnya menjadi 6 m. Sumbu membu-jurnya sejajar dengan sumbu-sumbu drum.
Bila dimuati, rakit (dan drum-drum itu) terbenam setengah-nya dan titik beratnya berada 1,2 m di atas titik pusat drum pada keadaan ini hitunglah tinggi metasentrik terhadap sumbu melintangnya.

(6,95 m).

20. Sebuah drum berbentuk silinder mempunyai garis tengah 300 mm dan tingginya 450 mm. Massanya 27 kg, sedang drum itu berlubang pada bagian bawahnya. Drum itu dimasukkan ke dalam air dengan sumbunya tegak lurus.
Hitunglah berapa dalam drum itu akan tenggelam dan tinggi air di dalam drum serta tekanan udara di dalam drum akibat dari tebalnya dinding diabaikan. Tekanan atmosphir 1,02 bar. Tentukan juga bila dalam keadaan seimbang, apakah drum berada dalam keadaan stabil pada kondisi tegak lurus.
(0,398 m; 15,85 mm; 3750 N/m^2 ; tidak stabil).

21. Ponton empat persegi panjang, lebarnya 9 m, panjang 12 m, tinggi 4,5 m, dibagi dua yang sama ke arah sumbu memanjang. 2 ruangan itu diisi air sebagian dan mempunyai permukaan yang bebas.
Bila air yang dipindahkan oleh ponton itu 200 ton, hitunglah berapa tinggi titik beratnya di atas bila tinggi metasentriknya 0,6 m.
(3,06 m)

22. Sebuah silinder yang tingginya 2,4 m terdiri dari 2 buah silinder yang sumbunya berimpit, masing-masing bergaris tengah 2,4 m dan 3 m dan tebalnya 6 mm.
Bagian atasnya terbuka sedang bagian bawahnya ditutup dengan pelat besi setebal 25 mm. Silinder itu terapung dengan sumbunya tegak lurus.
Tentunykan tinggi metasentriknya, di mana kerapatan dari bahan 7700 kg/m^3.
Tentukan juga tinggi metasentrik yang baru apabila air dimasukkan ke dalam drum yang bergaris tengah 2,4 m dan tinggi 0,6 m.
(0,752 m; 0,298 m)

BAB V
CAIRAN DALAM KEADAAN SEIMBANG RELATIF

Apabila cairan berada di dalam tempat yang diam atau bergerak dengan kecepatan linear yang tetap maka cairan itu tidak dipengaruhi oleh gerakan dari tempatnya, tetapi apabila tempat cairan itu diberi percepatan yang terus menerus maka akan diteruskan kepada cairan dan cairan akan berubah bentuknya dan kemudian diam (relatif terhadap tempatnya).
Jadi cairan berada di dalam keadaan seimbang relatif dan tinggal diam terhadap tempatnya di mana ia berada.
Ini tidak terdapat gerakan relatif dari bagian-bagian cairan, karena itu tidak terdapat gaya-gaya geser. Tekanan cairan di mana-mana pada tempatnya tetap normal pada permukaannya.

V.1. Sebuah tangki air seperti terlihat pada gambar V-1 bergerak horisontal dengan percepatan tetap f sebesar 3 m/det^2. Tangki itu panjangnya 3 m dan dalamnya air 1,5 m bila tangki itu diam.

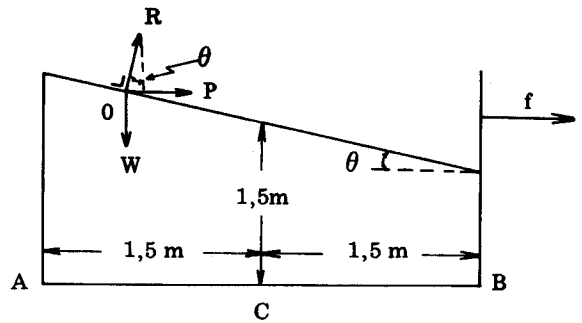
Hitunglah:

(a) Sudut dari garis permukaan air terhadap bidang horisontal.

(b) Tekanan maksimum terhadap dasar tangki.

(c) Tekanan minimum terhadap dasar tangki.

Jawab:



Gb. V-1

(a) Ditinjau sebuah massa elementer 0 dengan massa m yang terletak pada permukaan air.
Karena massa elementer itu berada dalam keadaan diam relatif terhadap tangki, maka elementer mempunyai percepatan yang sama sebesar f.

Jadi: P = mf = (W/g)f

W = berat massa elementer.

Gaya resultante P ialah resultante dari berat W dari massa elementer yang arahnya tegak lurus ke bawah dan gaya R yang bekerja tegak lurus terhadap permukaan sebagai akibat cairan di sekitarnya.

Syarat seimbang: $P = W.\tan\theta$

$$W.\tan\theta = P = W(\frac{f}{g})$$

$\tan\theta = f/g$; harganya tetap untuk seluruh tempat pada permukaan.

$$\text{Jadi: } \tan\theta = \frac{3}{9{,}81} = 0{,}306.$$

$$\theta = 17°$$

(b) Karena gaya akibat percepatan arahnya horisontal, maka gaya-gaya itu tidak mempengaruhi terhadap gaya vertikal. Jadi besarnya tekanan hanya tergantung dari dalamnya saja = wh.

Tekanan maksimum A = $wh_A = 9{,}81.10^3\ (1{,}5+1{,}5\tan\theta$

$= 9{,}81.10^3\,(1{,}5+0{,}46)$

$= 19{,}2\ \text{kN/m}^2.$

(c) Tekanan minimum B = $wh_B = 9{,}81.10^3\,(1{,}5-1{,}5\tan\theta)$

$= 9{,}81.10^3\,(1{,}5-0{,}46)$

$= 10{,}2\ \text{kN/m}^2.$

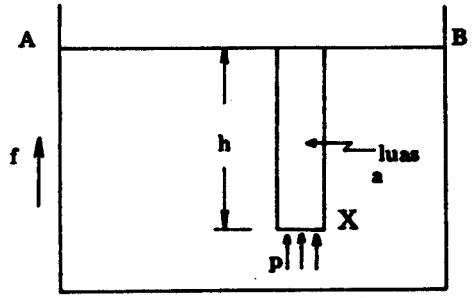
V.2. Sebuah tangki berisi cairan yang mempunyai kerapatan massa 930 kg/m^3 bergerak tegak lurus ke atas dengan percepatan f = 4,8 m/s^2.
Ukuran tangki adalah lebar = 1,2 m dan panjang = 1,5 m serta tingginya cairan di dalam tangki 0,9 m.

Hitunglah gaya yang menekan pada dasar tangki bila:

(a) Sedang bergerak ke atas dengan percepatan tersebut di atas.

(b) Percepatan berhenti kemudian tangki bergerak ke atas dengan kecepatan 6 m/det.

Jawab:



Gb. V-2

Karena tangki bergerak vertikal ke atas, maka permukaan air akan tetap horisontal.
Ditinjau sebuah prisma dengan ketinggian h (pada gambar V-2).
Gaya akibat percepatan pada X = P

= tekanan — berat prisma air

= pa — wha

Hukum Newton kedua: P = massa x percepatan

= (wha/g)f

Jadi: $pa - wha = \frac{wha}{g} . f$

$$p = wh(1 + \frac{f}{g}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

(a) Dari persamaan (I),

$$p = wh(1 + \frac{f}{g})$$

$$= 930.9,81.0,9.(1 + 4,8/9,81)$$

$$= 12200 \text{ N/m}^2$$

Luas dasar tangki = $1,2.1,5 = 1,8 \text{ m}^2$

Gaya tekan terhadap dasar tangki

$= 12200.1,8$

$= 22000$ N.

(b) Bila kecepatan beraturan maka f = 0, jadi:

$p = wh = 930.9,81.0,9 = 8200 \text{ N/m}^2$

Gaya tekan terhadap dasar tangki

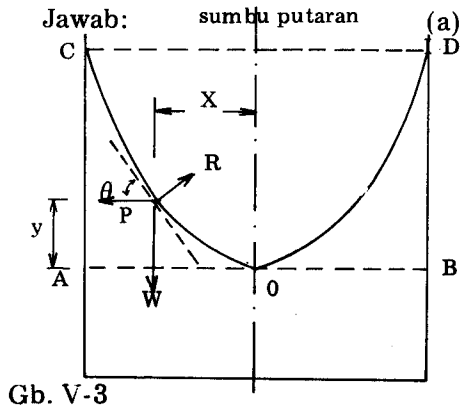
$= 8200.1,8$

$= 14800$ N.

V.2. Sebuah tangki berbentuk silinder yang tingginya 0,6 m dan garis tengahnya 45 cm diisi air sepenuhnya, kemudian tangki itu diputar dalam kedudukan tegak lurus dengan 300 putaran tiap menit.

(a) Buktikan bahwa muka air akan berbentuk parabola.
(b) Hitunglah kecepatan putaran apabila air menyentuh bibir tangki dan pusatnya menyentuh dasar tangki.
(c) Berapa tingginya air di dalam tangki apabila putaran dihentikan dan berapa banyak air yang hilang.

Jawab:



Gb. V-3

(a) Lihat gambar V-3.
Cairan di dalam tangki akan berputar dengan kecepatan sudut ω yang sama dengan kecepatan putaran tangki.
Sebuah benda elementer yang terletak pada permukaan berada dalam keadaan seimbang, gaya yang berada dalam keseimbangan ialah gaya W berat sendiri, percepatan centrifugal P yang bekerja horisontal dan reaksi R dari cairan.

$$\tan\theta = dy/dX = W/P$$

harga ω tetap, harga P dan X akan berubah-ubah tergantung dari tempatnya.

Percepatan sentrifugal = $\omega^2 X$

$$P = (W/g)\omega^2 X$$

$$\tan\theta = dy/dX = \omega^2 X/g$$

$$dy = (\omega^2 X/g)dX$$

$$y = \int_0^X (\omega^2 X/g)dX = (\omega^2 X^2/2g) + C$$

Bila y = 0, X = 0, jadi C = 0, diukur dari AB.

$$y = (\omega^2 X^2/2g).$$ persamaan parabola.

(b) Bila permukaan air menyentuh bibir tangki dan dasar tangki, maka berarti:

$$y = 0{,}6 \; ; \; X = 0{,}225 \text{ m.}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2gy}{X^2}} = \sqrt{\frac{2g.0{,}6}{(0{,}225)^2}} \text{ radial/det.}$$

$$= 15{,}15 \text{ rad/det}$$

$$144{,}5 \text{ putaran/det.}$$

Volume dari parabola adalah setengahnya dari tangki apabila permukaan air menyentuh bibir dan dasar tangki ABCD.

Volume air yang terisi dalam tangki

$$= \tfrac{1}{2}.(\text{volume asli})$$

$$= \tfrac{1}{2}\pi(0{,}225)^2.0{,}6$$

$$= 0{,}0475 \text{ m}^3.$$

Kedalaman air bila tangki berhenti berputar = 0,3 m.

Air yang terlempar ke luar = 0,0475 m^3.

Soal-soal

1. Sebuah tangki yang terisi air setengahnya bergerak mendatar dengan percepatan linier, menyebabkan permukaan air miring 45°.
   Berapakah percepatan itu?
   (9,81 m/det^2)

2. Sebuah pipa berbentuk U, bagian yang mendatar panjangnya 0,6 meter. Apabila pipa U itu diputar terhadap sumbu vertikal yang berjarak 0,45 meter dari sisi yang satu dan 0,15 meter dari sisi yang satunya lagi, menyebabkan perbedaan maka cairan di dalam pipa sebesar 0,25 meter.
   Hitunglah kecepatan putarannya.
   (49,9 putaran/menit).

3. Sebuah tangki silindris yang mempunyai garis tengah 100 mm, tingginya 0,3 m, diisi air setinggi 225 mm.
   Bila tangki itu diputar terhadap sumbu tegaknya, hitunglah:
   (a) Kecepatan putar bila air di dalamnya mulai tumpah.
   (b) Kecepatan putar bila dalamnya air di pusat = 0.
   (34,4 rad/det : 48,6 rad/det)

4. Sebuah tangki berbentuk silinder bagian atasnya terbuka, bergaris tengah 0,6 m dan tingginya 0,9 m.
   Dua pertiganya terisi air bila tangki berada dalam keadaan diam.
   Berapakah kecepatan putarnya, bila:
   (a) Air tidak melimpah melalui bibir tangki.
   (b) Air melimpah ke luar dan dasar tangki dengan jari-jari 150 mm terhadap sumbu vertikal, bebas dari air.
   (109 putaran/menit; 154 putaran/menit).

5. Sebuah tempat air berbentuk silinder bergaris tengah 30 cm dan tingginya 35 cm berisi air setinggi 30 cm, kemudian tempat air itu diputar terhadap sumbu mendatar sehingga dasar dari tangki membuat lingkaran yang bergaris tengah 2,10 m.

   Hitunglah kecepatan putarnya bila air tidak tertumpah dari tempatnya.

   (34,2 putaran/menit)

BAB VI

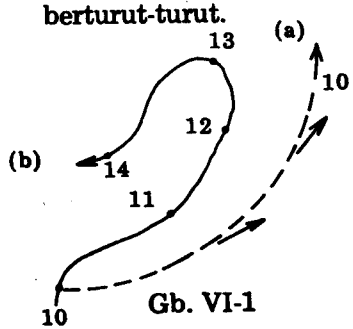
GERAK BENDA CAIR

Pada benda cair yang diam, tidak terdapat gaya-gaya geser, akan tetapi apabila cairan itu bergerak maka timbullah gaya-gaya geser yang disebabkan karena kekentalan dan turbulensi cairan yang akan melawan gerak tersebut dan menimbulkan akibat gesekan.

Banyak persoalan-persoalan yang disederhanakan dan dapat diselesaikan dengan cara mengabaikan gaya geser. Bilamana perlu percobaan dilakukan untuk mendapatkan angka koefisien agar hasil teoritis dan hasil praktis sama, dan mengabaikan akibat dari geseran dimasukkan ke dalam angka koefisien.

a. "Garisarus" ialah garis bengkok atau lurus di mana di setiap titik garis singgungnya menunjukkan arah arus dan vektor dari besarnya kecepatan arus.

b. "Jalan arus" adalah garis yang menunjukkan jalannya bagian-bagian elementer cairan yang mengalir.
Pada gerak stasioner, garis arus dan jalan arus berimpit, sedangkan pada gerak tidak stasioner garis-garis itu tidak berimpit. Garis arus pada suatu saat memberi gambaran dari arah dan kecepatan dari titik-titik, sedang jalan arus memberi gambaran dari arah dan kecepatan satu bagian cairan pada saat yang berturut-turut.

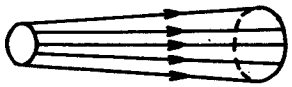


Gb. VI-1

Terlihat pada gambar VI-1, arus laut. Garis arus pada pukul 10 dan jalan arus dari bagian cairan yang sama pada pukul 10, 11, 12, 13 dan 14.

(a) ... garis arus.
(b) — jalan arus

c. "Pipa arus" ialah kumpulan sejumlah garis-garis arus dengan pangkal sebuah garis tertutup dan ujungnya garis tertutup pula.



Macam-macam aliran:

1. Aliran turbulen: di mana bagian-bagian elementer dari cairan bergerak tidak teratur, menempati tempat yang relatif berlain-lainan pada penampang-penampang yang beraturan.

2. Aliran laminar: disebut juga aliran cairan kental di mana bagian-bagian elementer dari cairan bergerak teratur dan menempati tempat yang relatif sama pada penampang-penampang berikutnya.
Osborne Reynolds berpendapat bahwa tipe aliran tergantung dari kecepatan, kerapatan dan kekentalan dari cairan dan ukuran dari tempat mengalirnya dan tergantung pula dari angka Reynolds $\rho\, vd/\eta$, di mana v = kecepatan

ρ = kerapatan massa
d = dimensi saluran, bila sebuah pipa d = diameternya
η = kekentalan cairan

Untuk pengaliran dalam pipa, angka Reynolds $\leqslant$ 2100 aliran selalu laminar.

VI.1. Terangkan dengan jelas pada cairan yang mengalir apa yang dimaksud dengan:

(a) Gerak beraturan (uniform flow).
(b) Gerak permanen atau stasioner (steady flow).
(c) Gerak tidak stasioner (unsteady flow).
(d) Kecepatan rata-rata (mean velocity).
(e) Debit (discharge).

Jawab:

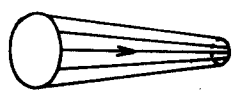
(a) Gerak beraturan: bila luas dan bentuk penampang dan kecepatan aliran pada setiap penampang adalah sama:
v = f(s,t), kecepatan aliran fungsi dari tempat s dan waktu t.

di sini v = konstan dan dv/ds = 0, dv/dt = 0.

bila v = O maka air berada dalam keadaan seimbang.

contoh: aliran dalam pipa.

(b) Gerak permanen atau stasioner: luas penampang dan kecepatan dari aliran berubah-ubah dari satu penampang ke penampang yang lainnya, tetapi untuk setiap penampang waktunya tidak berubah.
contoh: aliran pada pipa yang mengeceil, gambar VI-2.
v = f(s,t)


Gb. VI-2

Gerak permanen adalah v = f(s,t) $\longrightarrow$ dv/dt = 0, dv/ds $\neq$ 0
t = konstan.

(c) Gerak tidak stasioner: luas penampang dan kecepatan dari aliran dari satu penampang ke penampang lainnya berubah-ubah dengan waktunya.

contoh: gelombang yang bergerak sepanjang terusan.
$dv/dt \neq 0$.

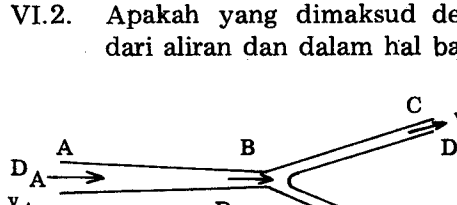
(d) Kecepatan rata-rata: $v = Q/A$

Q = volume cairan yang meliwati suatu penampang tiap satuan waktu

A = . luas penampang.

(e) Debit: volume cairan yang melewati suatu penampang tiap satuan waktu, biasanya dinyatakan dengan Q.

VI.2. Apakah yang dimaksud dengan hukum kesenantiasaan dari aliran dan dalam hal bagaimana keadaan itu terjadi?



Gb. VI-3

Minyak mengalir di dalam pipa seperti terlihat pada gambar VI-3. Di A diameter pipa 450 mm, di B diameternya 300 mm, BC berdiameter 150 mm sedang BD berdiameter 225 mm.

Bila kecepatan di A = 1,8 m/det, berapakah debit di C dan D dan kecepatan aliran di B dan C, bila kecepatan di D = 3,6 m/det.

Jawab:

Hukum kesenantiasaan mengatakan bahwa jumlah cairan yang masuk haruslah sama dengan jumlah cairan yang keluar. Hal ini berlaku untuk aliran beraturan dan aliran stasioner.

Pada pipa AB, debit adalah Q_A, pada B debit adalah Q_B.

$Q_A = Q_B$ atau $a_A v_A = a_B v_B$

a_A = penampang di A, v_A = kecepatan aliran di A

a_B = penampang di B, v_B = kecepatan aliran di B

sedang $Q_A = Q_C + Q_D$

$$a_A v_A = a_C v_C + a_D v_D$$

Apabila hukum kesenantiasaan ini tidak berlaku berarti ada cairan yang hilang atau masuk tanpa diketahui sumbernya atau pipa akan meledak atau mengecil, tapi tidaklah demikian halnya, jadi:

debit di A = $Q_A = \frac{1}{4}\pi . D_A^2 . v_A = \frac{1}{4}\pi .(0{,}45)^2 .1{,}8$

$= 0{,}287\ m^3/det.$

debit di C = $Q_C = \frac{1}{4}\pi . D_C^2 . v_C = \frac{1}{4}\pi .(0{,}15)^2 . v_C$

$= 0{,}0177\ v_C\ m^3/det.$

debit di D = $Q_D = \frac{1}{4}\pi . D_D^2 . v_D = \frac{1}{2}\pi .(0{,}225)^2 .3{,}6$

$= 0{,}143\ m^3/det.$

Untuk kesenantiasaan berlaku:

$$Q_A = Q_C + Q_D$$

$$Q_C = Q_A - Q_D = 0{,}287 - 0{,}143 = 0{,}144\ m^3/det.$$

Juga antara A dan B berlaku:

$$Q_A = Q_B \longrightarrow \frac{1}{4}\pi . D_A^2 . v_A = \frac{1}{4}\pi . D_B^2 . v_B$$

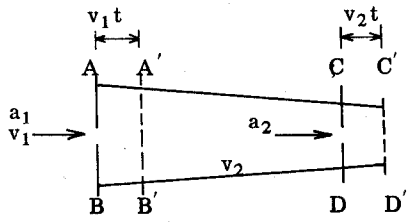
$$v_B = v_A . (D_A/D_B)^2 = 1{,}8 . (0{,}45/0{,}30)^2 = 4{,}05\ m/det.$$

Karena $Q_C = 0{,}144\ m^3/det.$

Jadi $v_C = Q_C/(\frac{1}{4}\pi . D_C^2) = 0{,}144/(\frac{1}{4}\pi . 0{,}15^2)$

$= 8{,}1\ m/det.$

VI.3. Besarnya perubahan momentum.



Gb. VI-4

Cairan mengalir pada pipa yang mengecil di ujungnya. Pada penampang AB luas penampangnya a_1, kecepatan alirannya v_1. Pada penampang CD luas penampangnya a_2, kecepatan alirannya v_2. Turunkan rumusnya untuk besarnya perubahan momentum antara penampang AB dan CD

Jawab:

Pada waktu yang sangat pendek t, cairan ABCD berpindah ke A'B'C'D'.

Karena bagian A'B'C D adalah tetap saja, maka :

Perubahan momentum cairan dalam waktu t = kenaikan momentum CC'D'D — momentum cairan AA'BB'.

Jarak $CC' = v_2 t$, karena t sangat kecil $\longrightarrow$ v_2 dianggap tetap.

Massa cairan $CC'D'D = \rho a_2 v_2 t$, ρ = kerapatan massa cairan

Momentum cairan $CC'D'D = \rho a_2 v_2 t . v_2 = \rho a_2 v_2^2 t$.

Momentum cairan $AA'B'B = \rho a_1 v_1^2 t$.

Jadi perubahan momentum cairan antara AB dan CD dalam waktu $t = \rho a_2 v_2^2 t - \rho a_1 v_1^2 t$...

Jadi besarnya perubahan momentum tiap satuan waktu =

$$\rho (a_2 v_2^2 - a_1 v_1^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

karena $a_1 v_1 = a_2 v_2 = Q$, maka persamaan (I) menjadi :

$$= \rho Q (v_2 - v_1) = \frac{wQ}{g}(v_2 - v_1)$$

massa cairan yang mengalir tiap detik x perubahan kecepatan.

VI.4. Enersi cairan yang mengalir.

a. Hitunglah besarnya enersi cairan yang mengalir, dinyatakan dengan p = tekanan, v = kecepatan, z = tinggi letak cairan.

b. Air pada ketinggian 36 m di atas air laut bergerak dengan kecepatan 18 m/det mempunyai tekanan sebesar 350 kN/m^2.
Hitunglah enersinya dalam Newton bila air kemudian berada pada permukaan air laut.

Jawab:

a. Cairan dapat mempunyai tiga macam enersi.

1. "Enersi potensial" karena letaknya di atas permukaan air laut. Bila berat cairan adalah W sedang tinggi letaknya = z, maka:

   Enersi potensial = Wz.

   Enersi potensial tiap satuan berat = $\frac{Wz}{W} = z$.

2. "Enersi tekanan" cairan yang mengalir dengan tekanan dapat melakukan suatu pekerjaan.
   Apabila penampangnya a sedang satuan tekanannya p, maka tekanannya = pa.
   Seandainya cairan seberat W melalui penampang a maka :

   Volume yang melalui penampang = W/w
   w = berat jenis air.

   Jarak yang ditempuh = W/wa

   Kerja = gaja x jarak = $pa \cdot \frac{W}{wa} = W\frac{p}{w}$

   Jadi enersi tekanan setiap satuan berat = $\frac{W\frac{p}{w}}{W}$ p/w;

3. "Enersi kinetis" bila cairan seberat W bergerak dengan kecepatan v, maka:

   Enersi kinetis = $\frac{1}{2}\frac{W}{g} \cdot v^2$

   Enersi kinetis tiap satuan berat = $\frac{\frac{1}{2}\frac{W}{g}v^2}{W} = \frac{v^2}{2g}$

Jadi jumlah enersi cairan tiap satuan berat ialah :

$$E = z + \frac{p}{w} + \frac{v^2}{2g}$$

b. Bila $z = 36$ m, $p = 350$ kN/m^2, $v = 18$ m/det, $w = 9{,}81.10^3$ N/m^3.

$$\text{Jumlah enersi} = 36 + \frac{350 \cdot 10^3}{9{,}81 \cdot 10^3} + \frac{18^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

$$= 36 + 35{,}7 + 16{,}5 = 88{,}2 \text{ N.m/N.}$$

VI.5. **Apakah yang dimaksud dengan :**

(a) Tinggi potensial.
(b) Tinggi tekanan.
(c) Tinggi kecepatan.
(d) Jumlah tinggi enersi dari cairan yang mengalir.
(e) Sebuah penyemprot air mempunyai garis tengah 25 mm menyemprotkan air ke atas. Berapakah garis tengah dari jet air pada ketinggian 4,5 m di atas mulut semprotan bila kecepatan air pada mulut semprotan 12 m/det.

Jawab:

(a) Tinggi potensial ialah kata lain untuk enersi potensial tiap satuan berat, jadi potensial = z mempunyai satuan N.m/N.

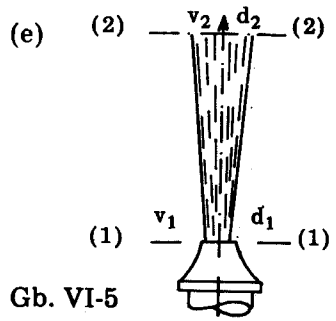
(b) Tinggi tekanan ialah enersi tekanan tiap satuan berat.

(c) Enersi potensial tiap satuan berat disebut tinggi kecepatan, $v^2/2g$.

(d) Jumlah tinggi enersi = tinggi potensial + tinggi tekanan + tinggi kecepatan.

$$H = z + p/w + v^2/2g$$

(e)



Gb. VI-5

Teori Bernoulli mengatakan bahwa: Jumlah enersi dari setiap bagian elementer dari cairan adalah tetap, apabila tidak ada enersi yang hilang atau masuk.
Pembagian besarnya enersi potensial, enersi tekanan dan enersi kinetis dapat berubah-ubah, tetapi jumlahnya akan tetap sama.

Jadi:

$H = z + p/w + v^2/2g$ = konstan.

Pada gambar VI-5 terlihat bahwa v_2 d_2 z_2 adalah besaran-besaran di penampang (2), sedang v_1 d_1 z_1 adalah besaran-besaran di penampang (1), sedang tekanan pada kedua penampang adalah sama yaitu tekanan atmosphir (p_A).
Dengan teori Bernoulli jadi:

$$z_1 + \frac{p_A}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_A}{w} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = z_2 - z_1$$

Bila $v_1 = 12$ m/det; $z_2 - z_1 = 4{,}5$ m maka

$$12^2 - v_2^2 = 2g.4{,}5$$

$$v_2^2 = 144 - 88{,}3 = 55{,}7$$

$$v_2 = 7{,}46 \text{ m/det.}$$

Untuk kesenantiasaan maka berlaku :

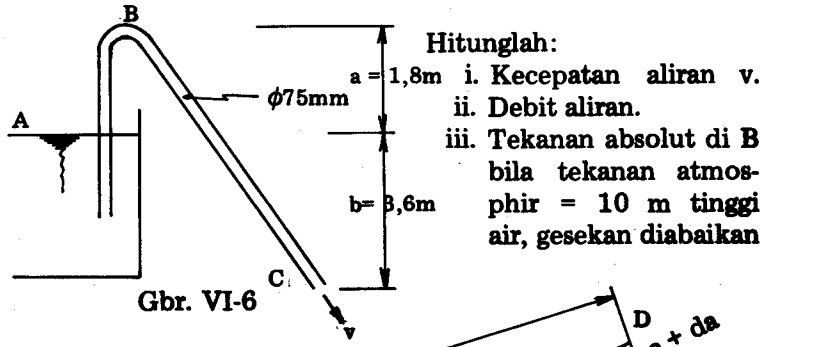
$$\tfrac{1}{4}.\pi.d_1^2 . v_1 = \tfrac{1}{4}.\pi.d_2^2 . v_2$$

$$d_2 = d_1 \sqrt{v_1/v_2} = 25\sqrt{12/7{,}46} = 31{,}7 \text{ mm}$$

VI.6.

a. Turunkanlah rumus Bernoulli dengan teori momentum apabila aliran cairan itu dianggap tidak ada gesekan dan cairan tidak dapat dimampatkan.

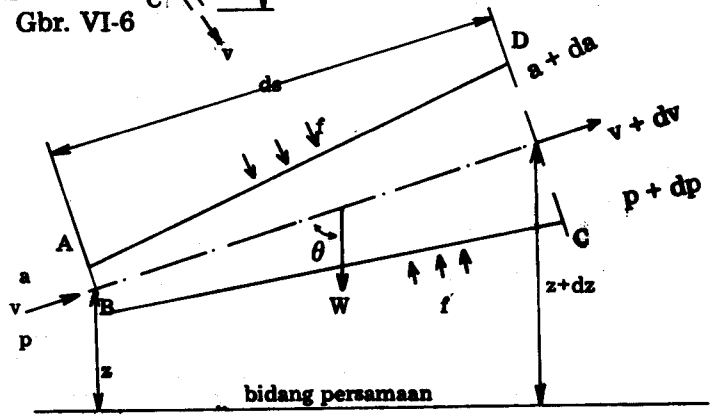
b. Sebuah siphon seperti terlihat pada gambar VI-6, mengalirkan air dari sebuah reservoir air.



Hitunglah:
i. Kecepatan aliran v.
ii. Debit aliran.
iii. Tekanan absolut di B bila tekanan atmosphir = 10 m tinggi air, gesekan diabaikan

Gbr. VI-6

Jawab:



Gb. VI-7

a. AB dan CD adalah 2 penampang pada cairan yang mengalir dan dipisahkan satu sama lain oleh jarak yang kecil ds.

Pada bidang AB: luas penampang = a
kecepatan = v
tekanan = p
tinggi tempat = z

Pada bidang CD: luas penampang = a + da
kecepatan = v + dv
tekanan = p + dp
tinggi tempat = z + dz

Ada perubahan momentum antara kedua bidang tiap satuan waktu.
Hukum Newton kedua mengatakan bahwa besarnya perubahan momentum sebanding dengan resultan gaya-gaya yang bekerja pada cairan itu.

1. Gaya akibat tekanan p ke arah aliran = pa.
2. Gaya akibat tekanan p + dp berlawanan arah aliran = (p+dp)(a+da).
3) Gaya akibat tekanan f terhadap sisi dari benda elementer yang resultannya searah dengan aliran = fda.
4. Gaya berat yang mempunyai komponen berlawanan arah aliran = W.cosθ.

Jadi resultan gaya searah dengan gerak aliran ialah :

$$pa - (p+dp)(a+da) + fda = W.\cos\theta$$

Harga tekanan f dapat dinyatakan dengan p menjadi p + kdp di mana k adalah bilangan pecahan.
W = berat jenis x volume benda elementer = $w(a+\frac{1}{2}da)ds$.
$\cos\theta = dz/ds$.

Gaya pada arah gerak cairan:

$$P = -pda - adp - dp\,da + pda + kdp\,da - w(a + \tfrac{1}{2}da)ds\,\frac{dz}{ds}$$

$$= -adp - wadz,$$ kita abaikan harga-harga yang terlalu kecil.

Besarnya perubahan momentum cairan

$$= \frac{\text{massa}}{\text{detik}} \text{ x (perbedaan kecepatan)}$$

$$= \frac{wav}{g}.\,dv.$$

Besarnya perubahan momentum cairan = gaya-gaya yang bekerja.

$$\frac{wav}{g}.dv = -adp - wadz$$

$$dz + \frac{vdv}{g} + \frac{dp}{w} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Untuk cairan yang tak dapat dimampatkan, w = konstan.

Diintegrasikan persamaan (I) sepanjang arus terdapat :

$$\int (dz + \frac{vdv}{g} + \frac{dp}{w}) = 0$$

$$z + v^2/2g + p/w = \text{konstan.}$$

atau

$$z_1 + v_1^2/2g + p_1/w = z_2 + v_2^2/2g + p_2/w$$

b. Lihat gambar VI-6.

Dipergunakan hukum Bernoulli untuk titik A dan C, bila C dianggap sebagai bidang persamaan, tekanan atmosphir = p_o dan kecepatan aliran di A = 0, maka:

Jumlah enersi tiap satuan berat di A = Jumlah enersi tiap satuan berat di C.

$$b + 0 + p_o/w = 0 + v^2/2g + p_o/w$$

$$v^2/2g = b = 3,6 \text{ m.}$$

Kecepatan aliran $v = \sqrt{(2g.3,6)} = 8,4$ m/det.

Debit = luas x kecepatan

$= \frac{1}{4}.\pi.(0,075)^2 .8,4 = 0,0371 \text{ m}^3/\text{dst.}$

Sekarang lihat titik A dan titik B:

Jumlah enersi di A = Jumlah enersi di B

$$b + 0 + p_o/w = (a+b) + v^2/2g + p_B/w$$

Diketahui $p_o/w = 10$ m ; v = 8,4 m/det.

$$3,6 + 10 = 5,4 + 8,4^2/2g + p_B/w$$

$$p_B/w = 13,6 - 9,0 = 4,6 \text{ m air.}$$

Tekanan absolut di B = $4,6.9,81.10^3 = 45,1.10^3$ N/m^2.

VI.7.

a. Terangkan bahwa persamaan Bernoulli dapat dipakai untuk menghitung kehilangan enersi antara dua titik pada cairan yang mengalir.

b. Sebuah pipa yang berbentuk konis diletakkan tegak lurus dengan bagian yang kecil di atas. Kecepatan aliran ke bawah pada bagian atas adalah 4,5 m/det sedang pada bagian bawah adalah 1,5 m/det.
Panjang pipa 1,5 m, tinggi tekanan pada puncak = 3 m. Kehilangan tekanan dalam pipa = $0,3(v_1 - v_2)^2/2g$ di mana v_1 adalah kecepatan di atas, sedangkan v_2 adalah kecepatan di bawah pipa.
Berapakah tinggi tekanan pipa di bagian bawah?

Jawab :

a. Kehilangan enersi antara dua titik A dan B pada cairan dinyatakan dengan kehilangan enersi tiap satuan berat (misalnya dalam N.m/N), biasa disebut kehilangan tinggi tekanan, jadi:

$$z_A + \frac{P_B}{w} + \frac{v^2}{2g}A = z_B + \frac{P_B}{w} + \frac{v_B^2}{2g} + \text{kehilangan tinggi tekanan}$$

b. Bila p_1, v_1, z_1 adalah besaran-besaran pada pipa bagian atas, sedangkan p_2, v_2, z_2 adalah besaran-besaran pada pipa bawah maka:

Jumlah enersi di bagian atas pipa = Jumlah enersi di bagian bawah pipa + kehilangan enersi.

$$\frac{p_1}{w} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{0{,}3(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{w} = \frac{p_1}{w} + (z_1 - z_2) + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} - \frac{0{,}3(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$\frac{p_1}{w} = 3$ m, $(z_1 - z_2) = 1{,}5$ m, $v_1 = 4{,}5$ m/det.

$v_2 = 1{,}5$ m/det.

$$\frac{p_2}{w} = 3 + 1{,}5 + \frac{4{,}5^2}{2g} - \frac{1{,}5^2}{2g} - \frac{0{,}3(4{,}5 - 1{,}5)^2}{2g}$$

Jadi tekanan di bagian bawah pipa = $p_2/w = 5{,}28$ m tinggi cairan.

VI.8. Jet air memancar dari sebuah penyemprot yang mempunyai diameter d = 75 mm dengan kecepatan = 22,5 m/det. Hitunglah tenaga dari jet air tersebut.
Apabila semprotan air itu dialiri air dari reservoir yang letaknya 30 m di atas semprotan itu, berapakah kehilangan tenaga di pipa dan alat penyemprot serta berapa efisiensi dari alat penyemprot itu?

Jawab:

Enersi kinetis tiap satuan berat dari jet air = $v^2/2g$.

Bila W adalah berat yang disemprotkan tiap detik maka:

Tenaga jet = $Wv^2/2g$.

$$W = wQ = wav \longrightarrow \text{Tenaga jet} = \frac{wav^3}{2g}$$

$a = \frac{1}{4}.\pi.d^2 = \frac{1}{4}.\pi(0{,}075)^2$ m^2; $w = 9{,}81.10^3$ N/m^3

$$\text{Tenaga jet} = \frac{9{,}81.10^3 : \frac{1}{4}.\pi(0{,}075)^2.22{,}5^3}{2.g} \text{ W}$$

$= 25{,}2$ kW

Tinggi kecepatan pada semprotan = $v^2/2g = 22{,}5^2/2g$
$= 25{,}9$ m.

Kehilangan enersi pada pipa dan semprotan = $30 - 25{,}9$
$= 4{,}1$ m.

Enersi potensial tiap satuan berat dari air di reservoir = H.

Di mana H adalah tinggi air di dalam reservoir terhadap ujung semprotan.

Tenaga yang dihasilkan dari reservoir = WH.

Tenaga yang dikeluarkan semprotan = $W(v^2/2g)$.

Efisiensi dari alat penyemprot $= \frac{W(v^2/2g)}{WH}$

$$= \frac{v^2}{2gH} = \frac{22{,}5^2}{2g.30}$$

= 86,3 %

Soal-soal

1. Di dalam waktu 25 detik dikeluarkan air sebanyak 12 gallon (1 gallon = 4 l). Berapakah debitnya dalam m^3 /det.
   Bila debit itu dialirkan melalui lubang yang bergaris tengah 50 mm, berapakah kecepatan airnya?
   (0,00218 m^3 /det; 1,11 m/det).

2. Sebuah torak yang bergaris tengah 46 mm bergerak dalam lubang berbentuk silinder yang bergaris tengah 50 mm, selinder itu diisi penuh dengan air dan piston bergerak di dalam silinder dengan kecepatan 75 mm/det.
   Air mengalir di antara torak dengan bagian dalam silinder. Berapakah kecepatan air mengalir itu ?
   (0,49 m/det)

3. Cairan yang tak dapat dimampatkan mengalir melalui pipa yang ujungnya mengecil, diameter pangkalnya 0,46 m, sedang diameter ujungnya = 0,15 m, panjangnya pipa = 3 m.
   Bila aliran itu aliran permanen sedang debitnya = 3 m^3 /det, tentukan besarnya percepatan dari cairan pada pertengahan pipa sejauh 1,5 m dari pangkal.
   Tentukan juga jumlah percepatan air apabila debit aliran ditambah sebanyak 0,37 m^3 /det.
   (11,32 m/det^2 ; 16,38 m/det^2)

4. Air mengalir di dalam pipa dengan kecepatan 7,2 m/det, nyatakan dalam tinggi air.
   Berapakah tekanan yang bersangkutan dalam kN/m^2 -
   (2,64 m; 25,85 kN/m^2).

5. Pipa sedot sebuah pompa letaknya miring (vertikal : horisontal = 5 : 1), air mengalir dengan kecepatan 1,8 m/det.
   Apabila gelembung udara mulai keluar dari air, tekanan mencapai 70 kN/m^2 di bawah tekanan atmosphir. Hitunglah berapa panjang pipa yang sebaiknya?
   Gesekan diabaikan, sedangkan air di reservoir berada dalam keadaan diam.
   (34,9 m).

6. Sebuah helikopter yang beratnya 2 ton mempunyai rotor yang bergaris tenagah 12 meter. Hitunglah kecepatan udara melewati piringan rotor bila helikopter tersebut terbang dalam keadaan diam.
   Apabila tahanan terhadap gerak maju = 1,48.v^2 N, hitunglah miringnya rotor terhadap garis datar agar kecepatan gerak ialah 18 m/det.
   Kerapatan udara = 1,28 kg/m^3 .
   (11,9 m/det; 88°36')

7. Air mengalir dari sebuah waduk ke dalam tangki tertutup yang tekanannya 70 kN/m^2 di bawah tekanan atmosphir. Apabila tinggi permukaan air di dalam waduk 6 meter lebih tinggi dari permukaan air di dalam tangki, hitunglah kecepat-air memasuki tangki, bila akibat gesekan diabaikan.
   (16,05 m/det).

8. Pipa panjangnya 300 m, mengecil ke sebelah ujung, garis tengah pangkalnya 1,2 m dan garis tengah ujungnya 0,6 m, sedangkan pipa itu miring 1 : 100 ke bawah arah ujungnya. Tekanan pada pangkal pipa = 69,kN/m^2, hitunglah tekanan air pada ujungnya apabila besarnya aliran di dalam pipa = 5,5 m^3 /menit.
   (98,5 kN/m^2).

9. Dua buah penampang pipa masing-masing luasnya 0,184 m^2 dan 0,138 m^2. Luas penampang yang lebih besar titik pusatnya berada pada jarak 3,6 m di atas penampang yang kecil. Tinggi tekanan di kedua penampang adalah 4,5 m, air mengalir dari penampang yang atas ke bawah sebesar 0,51 m^3 / det.
   Hitunglah kehilangan enersi tiap kilogram aliran.
   (32,25 Joule/kg).

10. Sebuah pipa tegak lurus mengecil ke bawah. Bagian atasnya bergaris tengah 50 mm, sedangkan bagian bawahnya 25 mm, jarak keduanya 1,8 m.

Alat pengukur tekanan dipasang di bagian atas dan bagian bawah tersebut di atas dan menunjukkan perbedaan tekanan 31 kN/m^2 bila Q = 0,194 m^3/menit.
Tentukan banyaknya air mengalir dari atas ke bawah apabila pada alat-alat ukur tekanan tidak terdapat perbedaan tekanan, kehilangan enersi akibat gesekan dianggap sama dengan kwadrat dari kecepatannya.

(111,5 dm^3/menit).

11. Tekanan pada alat hidrolis = 1250 kN/m^2. Bila air dipompakan sebanyak 225 dm^3 dalam waktu 5 menit, berapakah besarnya kerja yang diperlukan dan tenaga yang dipakai.

(281000 Joule ; 936 Watt).

12. Sebuah pompa menyedot air dari sebuah reservoir air yang pemukaannya dianggap sebagai bidang persamaan.
Pipa sedot bergaris tengah 150 mm sedangkan pipa keluarnya dari pompa bergaris tengah 100 mm dan mengalirkan air ke sebuah reservoir lain yang tinggi permukaannya 72 m di atas bidang persamaan. Pompa ini di letakkan 6 m di bawah bidang persamaan.
Kehilangan enersi di pipa yang bergaris tengah 150 mm = 3 kali tinggi kecepatannya. Pada pipa yang bergaris tengah 100 mm, kehilangan enersinya = 20 kali tinggi kecepatannya. Hitunglah tenaga pompa itu dan tinggi tekanan pada lubang masuk dan lubang keluar bila besarnya aliran: (a) 0,91 m^3/menit, (b) 2,73 m^3/menit.

((a) 11,28 kW; 5,85 m; 81,61 m; (b) 47,4 kW; 4,65 m; 110,5 m).

13. Sebuah pipa yang terletak mendatar dialiri air dalam keadaan penuh pada satu penampang A. Kecepatan airnya 90 m/menit dengan tekanan 138 kN/m^2. Bila pipa mengecil mulai di A, garis tengahnya 150 mm. di B garis tengahnya 100 mm. Tentukan tekanan air di B, dianggap tidak ada kehilangan enersi.
Berapakah garis tengah di B, bila tekanannya 27,6 kN/m^2?

(133 kN/m^2; 47,6 mm)

14. Air disemprotkan tegak lurus ke atas dari A yang bergaris tengah 7,5 mm dengan kecepatan 9 m/det. Berapakah garis tengah pada titik di ketinggian 3 meter dari A.
Dianggap air tetap bulat penampangnya dan gesekan diabaikan.

(102,6 mm)

15. Cairan yang mempunyai kerapatan relatif 0,83 mengalir di dalam pipa tegak lurus ke atas yang mempunyai garis tengah 105 mm pada pangkalnya di bawah dan garis tengah 35 mm.
Sebelah atasnya pada jarak 0,45 m, pipa U dihubungkan pada pipa itu dengan jarak kedua pipa itu 0,6 meter.
Pipa U penuh terisi air yang mengalir dan mempunyai perbedaan tinggi 0,43 m.
Hitunglah besarnya aliran air dalam dm^3/menit.
Kehilangan enersi diabaikan.

(76,4 dm^3/menit)

16. Sebuah siphon mengalirkan air dari sebuah tangki bergaris tengah 25 mm. Tinggi air di tangki 1,5 m. Ujung pipa A berada 0,3 m di atas dasar tangki, sedangkan pipa AB tegak lurus ke atas dan B letaknya 8,7 m di atas A. Panjang BC adalah 17,4 m dan titik C berada 3 m di bawah dasar tangki. Pipa mengalirkan air dari C.
Bila tekanan barometer 10,2 m tinggi air, dan kehilangan enersi akibat gesekan $40.v^2/2g$ di mana v adalah kecepatan aliran dalam pipa.
Hitunglah besarnya debit aliran dan tekanan absolut di B.

(0,72 dm^3)det; 1,13 m air).

BAB VII

PENGUKURAN ALIRAN

Alat ukur Venturi dan pipa Pitot

Alat ukur Venturi dan pipa Pitot menggunakan Hukum Bernoulli secara praktis dalam pengaturan aliran.
Pada praktek hidrolika, kehilangan enersi selalu terjadi, tetapi lebih mudah bila kehilangan ini diabaikan dahulu, kemudian dari percobaan di dapat koefisien sebagai akibat dari kehilangan enersi itu yang menyempurnakan rumus-rumus tersebut.

Alat Ukur Venturi:

VII.1. a. Gambarkan alat ukur Venturi dan terangkan cara bekerjanya.

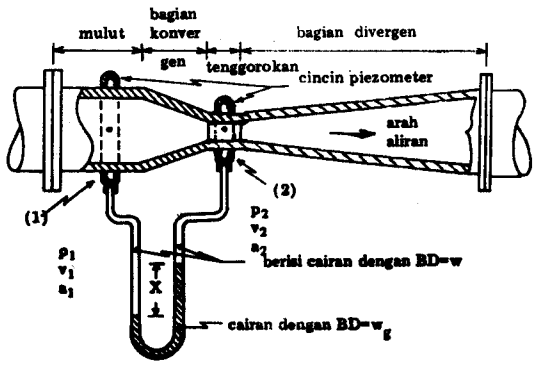
b. Turunkan rumus teoritis dari alat Venturi yang di letakkan mendatar dan jelaskan bagaimana cara merubahnya untuk mendapat debit aliran yang sebenarnya (bukan hasil teoritis).

c. Sebuah alat ukur Venturi mengecil dari garis tengah 300 mm pada mulanya dan menjadi 100 mm pada tenggorokan. Koefisien pengaliran adalah 0,98.
Sebuah alat ukur U menghubungkan mulut dan tenggorokan alat Venturi yang dipakai sebagai alat pengukur pengaliran, pipa U itu diisi air raksa, sedangkan perbedaan permukaannya 55 mm.
Berapakah besarnya debit pengaliran itu ?

Jawab:

a. Cara bekerjanya alat ukur Venturi:

1. Ukuran mulut dan ujungnya sama dengan ukuran pipa yang debitnya sedang diukur.
2. Sudut bagian konvergen biasanya 21°.
3. Panjang tenggorokan = diameternya.
4. Sudut bagian divergen biasanya $5^\circ - 7^\circ$ agar kehilangan energi sekecil mungkin. Tapi kadang-kadang dibuat sudut 14° apabila kehilangan enersi tidak menjadi masalah.
5. Enersi kinetis di tenggorokan lebih besar daripada di mulut, jadi enersi tekanan di tenggorokan akan lebih kecil daripada di mulut, sebab menurut teori Bernoulli "Jumlah enersi adalah tetap".



Gb. VII-1

b. Persamaan Bernoulli untuk penampang 1 dan 2 :

$$z_1 + v_1^2/2g + p_1/w = z_2 + v_2^2/2g + p_2/w$$

kehilangan enersi diabaikan.

Untuk alat ukur yang horisontal maka $z_1 = z_2$. Jadi :

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Sedangkan hukum kesenantiasaan menghasilkan persamaan:

$a_1 v_1 = a_2 v_2$, maka $v_2 = (a_1/a_2)v_1$

bila diisikan pada persamaan (I) maka:

$$v_1^2(a_1^2/a_2^2 - 1) = 2g\left(\frac{p_1 - p_2}{g}\right) =$$

$$v_1 = \frac{a_2}{\sqrt{(a_1^2 - a_2^2}}\sqrt{\left[2g\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right)\right]}$$

Debit aliran dalam pipa = $Q = a_1 v_1$

$$= \frac{a_1\, a_2}{\sqrt{(a_1^2 - a_2^2)}}\sqrt{(2gH)} \ldots\ldots (II)$$

Di mana $H = (p_1 - p_2)/w$ perbedaan tekanan.

Bila $a_1/a_2 = m$ maka persamaan (II) menjadi :

$$Q = a_1\sqrt{\frac{2gH}{m^2 - 1}}$$, debit teoritis.

Aliran sebenarnya dapat diketahui dengan percobaan maka didapat koefisien C.

debit sebenarnya = $C.Q = C.a_1\sqrt{\frac{2gH}{m^2 - 1}}$ ..... (III)

c. Karena pipa U terisi penuh oleh air, maka:

$$p_1 - p_2 = X(w_g - w)$$

$$H = \frac{p_1 - p_2}{w} = X(\frac{w_g}{w} - 1)$$

Dengan menggunakan rumus (III),

Debit aliran yang sebenarnya :

$$Q = 0{,}98.0{,}0706\sqrt{\frac{2.9{,}81.0{,}693}{81 - 1}}$$

$$= 0{,}0285 \text{ m}^3/\text{det}.$$

VI.2. Sebuah alat ukur Venturi yang dipasang mendatar mengukur aliran minyak yang kerapatan relatifnya = 0,9 mengalir dalam pipa bergaris tengah 75 mm.
Bila perbedaan tekanan antara mulut dan tenggorokan sebesar 34,5 kN/m^2 dan perbandingan luas penampangnya m = 4.
Hitunglah besarnya aliran bila koefisien pengaliran C = 0,97.

$$Q = Ca_1\sqrt{\frac{2gH}{m^2 - 1}}$$

$$H = \frac{p}{w} = \frac{34{,}5.10^3}{0{,}9.9{,}81.10^3} = 3{,}92 \text{ m tinggi minyak.}$$

$$a_1 = \tfrac{1}{4}.\pi.d^2 = \tfrac{1}{4}.\pi.(0{,}075)^2 = 0{,}00441 \text{ m}^2.$$

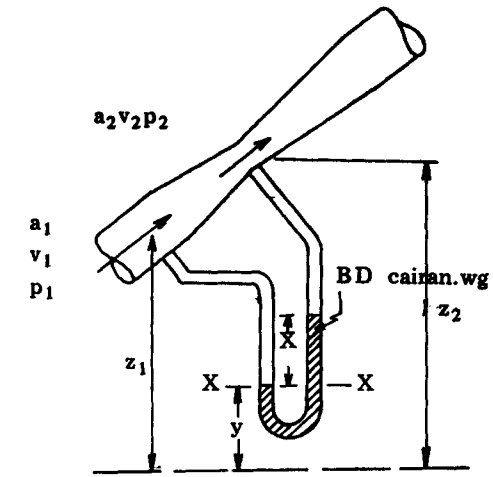
m = 4 ; C = 0,97

Jadi: $Q = 0{,}97.0{,}00441\sqrt{\frac{2.9{,}81.3{,}92}{16 - 1}}$

$0{,}0106 \text{ m}^3/\text{det}.$

VII.3.a. Turunkanlah rumus Venturi-meter untuk besarnya debit aliran di dalam pipa yang dipasang miring (lihat gambar VII-2) dan buktikan apabila pipa U dipergunakan untuk mengukur perbedaan tekanan, bahwa pembacaan perbedaan tekanan tidak tergantung dari miringnya Venturi meter.

b. Sebuah Venturi-meter yang dipasang tegak lurus mengukur aliran minyak yang mempunyai kerapatan relatif = 0,82.
Garis tengah mulut 125 mm, sedangkan tenggorokannya 50 mm.
Alat ukur pipa U satu kaki letaknya 300 mm di atas kaki yang lainnya.
Sedangkan perbedaan tekanannya 27,5 kN/m^2.
Hitunglah besarnya aliran bila koefisien pengaliran C = 0,97.



Gb. VII-2

Jawab:

Pada gambar VII-2 terlihat bahwa:

$$z_1 + p_1/w + v_1^2/2g = z_2 + p_2/w + v_2^2/2g$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\,[(\frac{p_1 - p_2}{w}) + (z_1 - z_2)] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

$a_1 v_1 = a_2 v_2 \longrightarrow v_2 = (a_1/a_2)v_1 = mv_1$ diisikan pada persamaan (I) maka :

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{(m^2-1)}} \sqrt{[2g\,[(\frac{p_1 - p_2}{w}) + (z_1 - z_2)]]}$$

$$Q = Ca_1 v_1$$

$$= \frac{Ca_1}{\sqrt{(m^2-1)}} \sqrt{[2g\,[\,(\frac{p_1 - p_2}{w}) + (z_1 - z_2)]\,]} \;\ldots\ldots\; (II)$$

Pada gambar VII-2 terlihat pada bidang X-X, tekanan adalah sama pada kedua kaki alat ukur U.

Pada kaki kiri: $p_X = p_1 + (z_1 - y)w$

Pada kaki kanan: $p_X = p_2 + w(z_2 - y - X) + w_g X$

Jadi: $p_1 + wz_1 - wy = p_2 + wz_2 - wy - wX + w_g X$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} + z_1 - z_2 = X(w_g/w - 1)$$

Persamaan (II) dapat ditulis :

$$Q = \frac{Ca_1}{\sqrt{(m^2-1)}} \sqrt{[\,2gX(w_g/w - 1)]} \;\ldots\ldots\ldots\; (III)$$

Jadi terlihat dari rumus (III) bahwa pengukuran aliran tidak dipengaruhi z_1 dan z_2 atau miringnya Venturi-meter.

b. $a_1 = \frac{1}{4}.\pi.(0{,}125)^2 = 0{,}01226\ m^2$

$p_1 - p_2 = 27{,}5.10^3\ kN/m^2$; $w = 0{,}82.9{,}81.10^3\ N/m^3$.

$z_1 - z_2 = -0{,}3\ m$; $m = (125/50)^2 = 125/50)^2 =$

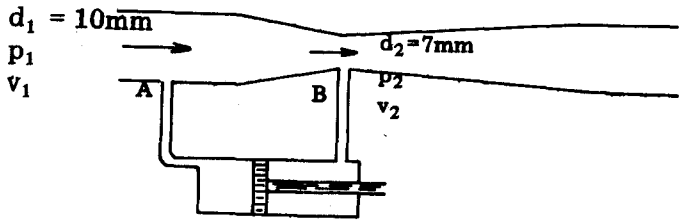
$= 6{,}25$; $C = 0{,}97$.

$$Q = \frac{0{,}97.0{,}01226}{\sqrt{[(6{,}25)^2 - 1]}} \sqrt{[2.9{,}81(\frac{27{,}5.10^3}{0{,}82.9{,}81.10^3} - 0{,}3)]}$$

$= 0{,}01535\ m^3/det.$

VII.4.a. Hitunglah perbedaan tekanan di A dan B bila kecepatan air di A 4,5 m/det. (Gb. VII-3).
Air mengalir ke dalam alat pemanas air (water heater).

b. Perbedaan tekanan di A dan B dipakai untuk mengontrol tekanan gas yang mempergunakan torak.
Hitunglah gaya yang menekan torak bila garis tengah torak berukuran 20 mm. Alat ukur terletak mendatar.



Gb. VII-3

Jawab:

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} \;;\; z_1 = z_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

Hukum kesenantiasaan:

Hukum kesenantiasaan: $\frac{1}{4}.\pi.d_1^2.v_1 = \frac{1}{4}.\pi.d_2^2.v_2$

$$v_2 = v_1(d_1/d_2)^2$$

$$v_2 = 4{,}5.(10/7)^2$$

$$= 9{,}18 \text{ m/det.}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{9{,}18^2 - 4{,}5^2}{2.9{,}81} = 3{,}26 \text{ m tinggi air.}$$

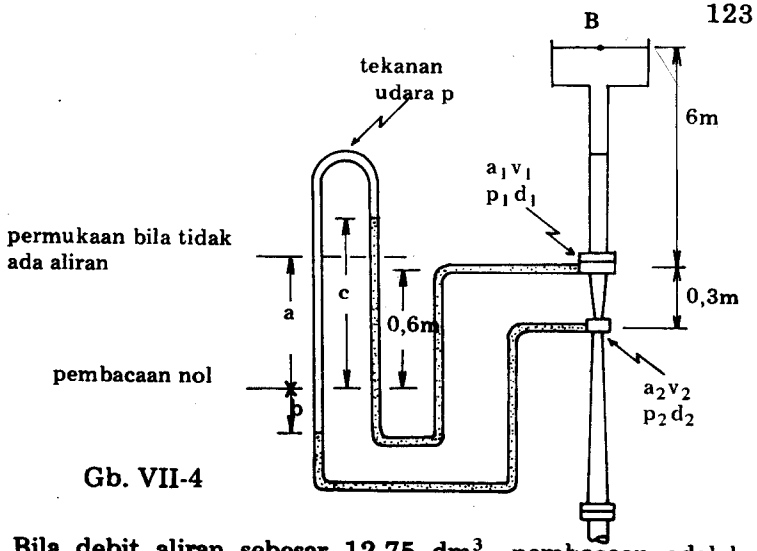
Perbedaan tekanan = $p_1 - p_2 = 3{,}26.9{,}81.10^3 \text{ N/m}^2$

$= 31{,}9 \text{ kN/m}^2$.

Luas torak = $\frac{1}{4}.\pi.(0{,}020)^2 = 0{,}000314 \text{ m}^2$.

Gaya terhadap torak = $31{,}9.10^3.0{,}000314 = 10{,}1$ N.

VII.5. Air yang mengalir dari sebuah tangki melalui sebuah alat ukur Venturi yang dipasang tegak lurus. Mulut alat ukur Venturi bergaris tengah 125 mm, garis tengah tenggorokannya = 50 mm. Mulut terletak 0,3 m di atas tenggorokan, sedangkan tenggorokannya berada 6 m di bawah permukaan air dalam tangki.
Karena untuk mengontrol aliran, di pasang alat ukur pada bagian ujung. Pipa U dihubungkan seperti terlihat pada gambar VII-4.
Bila tidak ada aliran (pembacaan nol pada pipa U, 0,6 m di bawah mulut alat ukur) pembacaan adalah 0,9 m pada kedua kakinya.
Volume udara pada bagian atas pipa U sama dengan volume dari pipa lurus sepanjang 2 meter.



Gb. VII-4

Bila debit aliran sebesar 12,75 dm^3, pembacaan adalah 1,71 m dan — 0,57 m.

Tentukan: **(a) Koefisien pengaliran C.**
(b) Tinggi tekanan pada tenggorokan Venturi-meter.
(c) Kehilangan tinggi enersi antara tangki dan mulut Venturi-meter.

Dianggap bahwa volume air berbanding terbalik dengan tekanannya dan tinggi Barometer = 10,2 m tinggi air.

Jawab:

(a) $Q = Ca_1 \sqrt{\frac{2gH'}{m^2 - 1}}$

$Q = 0{,}01275 \text{ m}^3/\text{detik}$; $H = b+c = 1{,}71+0{,}57$

$= 2{,}28$ m.

$a_1 = \frac{1}{4}.\pi.(0{,}125)^2 = 0{,}01225 \text{ m}^3$.

$m = d_1^2/d_2^2 = 125^2/50^2 = 6{,}25$; $m^2 = 39{,}1$

Jadi: $0{,}01275 = C.0{,}01225\sqrt{\frac{2.9{,}81.2{,}28}{38{,}1}}$

$$C = \frac{0{,}01275}{0{,}01225.1{,}085} = 0{,}96$$

(b) Bila tidak ada aliran maka volume udara di dalam alat ukur = 2A; A = luas penampang pipa.

Tekanan absolut udara = tekanan atmosphir + 6,6 — 0,9 meter air.

= 10,2 + 5,7 = 15,9 m air.

Untuk debit aliran 12,75 dm^3/detik.

Volume udara di dalam alat ukur

= [2+(a+b) — (c-a)]A

= (2+2a+b-c)A

= (2+1,8+0,57-1,71)A

= 2,66A.

Jadi: Tinggi tekanan absolut udara

= H

$$= \frac{2A}{2,66A} . 15,9$$

= 11,95 m air.

Karena permukaan pada kaki kiri: b+0,3 = 0,87 m di bawah tinggi permukaan tenggorokan.
Jadi tekanan absolut pada tenggorokan :

p_2 = w(H — 0,87)

= $9,81.10^3$(11,95 — 0,87)

= 115,8 kN/m^2.

(c) Tinggi permukaan pada kaki sebelah kanan

= c — 0,6

= 1,11 m

di atas mulut alat ukur.
Tekanan absolut pada mulut = p_1 = w(H + 1,11)

= 13,06

p_1/w = 13,06 m air.

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli untuk titik B (di permukaan air dalam tangki— dan pada tenggorokan serta bidang persamaan diambil pada mulut alat ukur maka :

$p_B/w + 6 = p_1/w + v_1^2/2g$ + kehilangan tinggi enersi di pipa.

p_B/w = tinggi tekanan atmosphir = 10,2 m

$v_1 = Q/a_1 = 0,01275/0,01225 = 1,04$ m/det.

Kehilangan tinggi enersi di pipa =

$$(10,2+6) - (13,06 + \frac{1,04^2}{2.9,81}) =$$

3,08 m tinggi air

VII.6.a. Buktikan bahwa besarnya debit pengaliran melalui Venturi-meter hanya akan berbanding lurus dengan tinggi ukur Venturi H, apabila kehilangan akibat gesekan h_f berbanding lurus dengan perbedaan tinggi akibat naiknya kecepatan h_v.

b. Sebuah Venturi-meter mempunyai koefisien pengaliran 0,97, sedangkan kehilangan enersi akibat gesekan pada bagian divergen dua kali kehilangan di dalam bagian yang convergen.
Berapakah kehilangan enersi total pada Venturi-meter apabila perbedaan tinggi ukur pada Venturi = 410 mm air.

Jawab:

a. $$Q = C \frac{A\sqrt{2g}}{\sqrt{(m^2-1)}} . H^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Karena koefisien pengaliran dipergunakan berhubung tinggi ukur H lebih besar dari yang sebenarnya, ini disebabkan kenaikan kecepatan h_v, maka:

$$Q = \frac{A\sqrt{2g}}{\sqrt{(m^2-1)}} . h_v^{1/2}$$

Jadi: $C = \sqrt{h_v/H}$ ..... (2)

$$H = h_v + h_f$$

$$C = \sqrt{\frac{h_v}{h_v+h_f}}$$

Bila Q berbanding lurus dengan $H^{1/2}$ maka dari persamaan (1) C haruslah bekerja tetap.

$$\frac{h_v}{h_v+h_f} = K$$

Bila K adalah tetap atau konstan, maka :

$$h_f = \frac{1-K}{K} . h_v$$

$$h_f \sim h_v$$

Dari persamaan (2), $h_v = C^2 H$

Jadi kehilangan tinggi pada bagian yang convergen:

$$h_f = H - h_v = H(1 - C^2)$$

Bila kehilangan tinggi di bagian divergen = $2h_f$.

Kehilangan tinggi total = $3\ h_f$

$= 3H(1 - C^2)$

H = 0,41 m; C = 0,97.

Kehilangan tinggi enersi total = $3.0,41(1 - 0,97^2)$

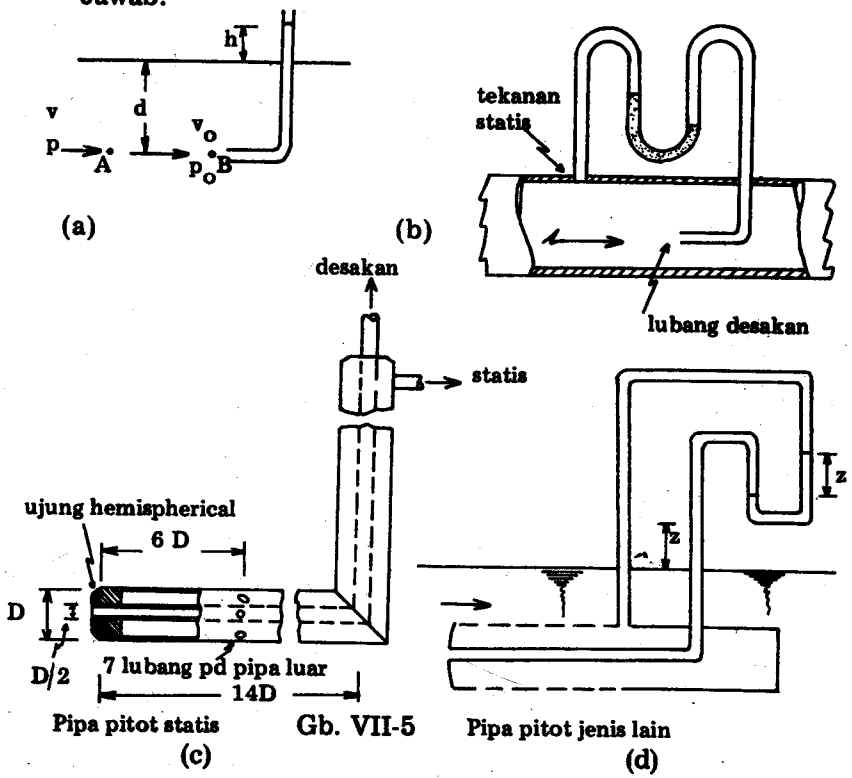
= 0,0726 m tinggi air.

Pipa Pitot:

VII.7.

1. Terangkan dan lukiskan cara kerja dan bagiannya dari :
   (a) Pipa pitot statis.
   (b) Manometer yang dipergunakan untuk pipa pitot bila perbedaan tinggi sangat kecil.
2. Sebuah pipa pitot mengukur kecepatan udara pada sebuah terowongan angin dihubungkan dengan manometer yang menunjukkan perbedaan tinggi 4 mm air.
   Kerapatan udara 1,2 kg/m^3.
   Berapakah besarnya kecepatan aliran udara bila koefisien pengaliran dianggap sama dengan 1.

Jawab:



Gb. VII-5

1. Pada gambar VII-5.a. terlihat pipa pitot yang sederhana. Bila kecepatan air di A = v, sedangkan di B yaitu pada mulut pipa kecepatan suatu bagian elementer cairan menjadi nol, jadi:

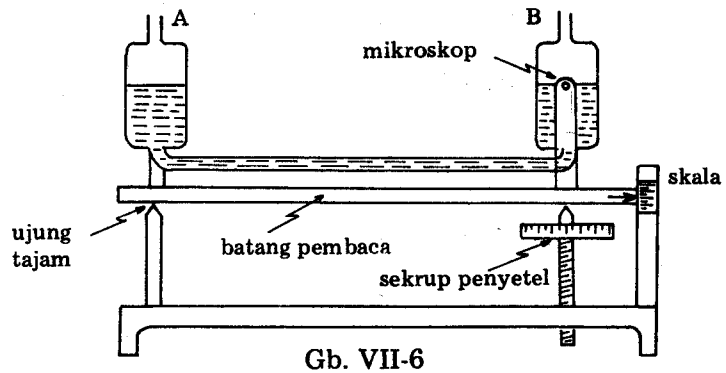
$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{w} = \frac{v_o^2}{2g} + \frac{p_o}{w} = \frac{p_o}{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Sedangkan p/w = d, kenaikan tekanan di B menyebabkan cairan di dalam pipa naik setinggi h sehingga $p_o/w = h + d$.

Dari pers.(1) : $\frac{v^2}{2g} = \frac{p_o - p}{w} = h$, atau $v = \sqrt{2gh}$

Pada gambar VII-5.b. tampak pipa pitot yang dipakai untuk mengukur kecepatan aliran dalam pipa.
$(p_o - p)$ adalah perbedaan antara tekanan statis dan tekanan pada lubang desakan dan diukur dengan "pengukur differensial"
Pengukuran tekanan statis dan tekanan pada lubang desakan dapat dilakukan dengan sebuah pipa saja seperti terlihat pada gambar VII-5.c.
Pipa bagian dalam mengukur tekanan pada lubang desakan, sedangkan pipa bagian luarnya yang berlubang-lubang mengukur tekanan statis.
Bagian luar dan bagian dalam pipa itu dihubungkan dengan manometer yang sangat peka. Lubang desakan harus diarahkan perlawanan arah aliran dan alat ini mengukur kecepatan aliran pada penampang pipa yang sebidang dengan lubang desakan.
Meskipun secara teoritis $v = \sqrt{2gh}$ pada alat ukur Pitot, koefisien pengaliran C biasanya harus ditambahkan untuk mendapatkan harga yang sebenarnya, rumus menjadi $v = C\sqrt{2gh}$.
Untuk alat ukur pitot seperti pada gambar VII-5.c. C = 1 bila harga dari angka Reynolds $\rho vd/\eta > 3000$, di mana d = garis tengah pipa pitot di pangkalnya.

2. Sebuah manometer yang peka terlihat pada gambar VII-6 dan biasa dihubungkan dengan pipa pitot statis.



Gb. VII-6

Caranya bekerja:

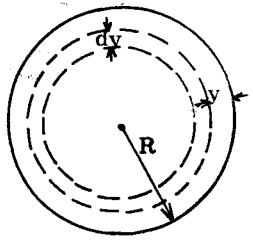
A dihubungkan dengan pipa desakan.
B dihubungkan dengan pipa statis.
Cairan sebelah kanan akan naik dan kemudian dengan sekrup penyetel dibuat sama tinggi permukaannya dengan melihat pada garis datar pada mikroskop.
Batang pembaca bergerak pada skala ukuran, maka perbedaan tinggi tekanan diketahui.

Kecepatan udara = $C\sqrt{2gh}$

di mana C = 1; h = 0,004 $(\rho w/\rho a)$ = $0{,}004(10^3/1{,}2)$
= 3,333 m udara.

Jadi $v = 1\sqrt{2g.3{,}333} = 8{,}06$ m/detik.

VII.8.



Gb. VII-7

Pembagian kecepatan pada suatu penampang pipa ialah:

$u = u_0 (y/R)^{1/m}$

u = kecepatan pada jarak y dari dinding.

u_o = kecepatan pada pusat lingkaran.
R = jari-jaripipa.

m = berharga antara 4 s/d 10.

a. Buktikan bahwa pipa pitot ditempatkan pada jarak 0,25R dari dinding pipa, maka pipa pitot itu mengukur kecepatan rata-rata dengan ketelitian 0,5% untuk m = 4s/d 10.

b. Hitunglah enersi kinetisnya untuk setiap satuan berat aliran berdasarkan kecepatan rata-rata, bila m = 7.

Jawab:

Pada gambar VII-7 terlihat bahwa :
Aliran melalui suatu bidang elementer = dQ = (luas elementer) x kecepatan.

$$dQ = 2\pi(R-y)dy.u.$$

$$u = u_o(y/R)^{1/m} = u_o(R^{-1/m}.y^{1/m})$$

$$dQ = 2\pi u_o(R^{-1/m}.y^{1/m}.dy - R^{-1/m}.y^{(m+1)/m}.dy)$$

di integrasikan dari y = O sampai y = R.

$$Q = 2\pi u_o[R^{(m-1)/m}\int_o^R y^{1/m}.dy - R^{-1/m}\int_o^R y^{(m+1)/m}.dy]$$

$$= 2\pi u_o R^2\left(\frac{m}{m+1} - \frac{m}{2m+1}\right) = \pi R^2.\frac{2u_o m^2}{(m+1)(2m+1)}$$

Kecepatan rata-rata: $v = Q/(\pi R^2)$

$$= \frac{2u_o m^2}{(m+1)(2m+1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Bila y = 0,25 R

$$u = u_o\left(\frac{0,25R}{R}\right)^{1/m} = u_o(1/4)^{1/m}$$

Bila m = 10

$$v = u_o.\frac{2.10^2}{11.21} = 0,866\ u_o$$

$$u = u_o(0,25)^{1/10} = 0,870\ u_o$$

Kesalahan $u = \frac{0,870 - 0,866}{0,870}.100\% = +0,46\%$

Bila m = 4

$$v = u_o.\frac{2.4^2}{5.9} = 0,710\ u_o$$

$$u = u_o(0,25)^{1/4} = 0,707\ u_o$$

Kesalahan $u = \frac{0,707 - 0,710}{0,707}.100\% = -0,43\ \%$

Setiap detik, berat yang melalui bidang elementer = w dQ.

Enersi kinetis $= (1/2).\frac{w\,dQ}{g}.u^2$

Untuk seluruh penampang $= \int_{y=0}^{y=R} w.dQ$

$$= w\int_0^R 2\pi\,(R-y)u_0\,(y/R)^{1/7}\,.\,dy$$

$$= \frac{2\pi u_o w}{R^{1/7}}\int_0^R (Ry^{1/7} - y^{8/7})dy$$

$$= 2\pi R^2\,w.0,409u_o$$

Enersi kinetis tiap detik $= \int_{y=0}^{y=R}\frac{wu^2\,dQ}{2g}$

$$= \frac{w}{2g}\int_0^R 2\pi(R-y)u^3.dy$$

$$= \frac{2\pi u_o^3 w}{2gR^{3/7}} \int_0^R (Ry^{3/7} - y^{10/7})dy$$

$$= 2\pi R^2 w.0{,}288(u_o^3/2g)$$

Enersi kinetis tiap satuan berat =

$$\frac{\text{Enersikinetis/detik}}{\text{Berat/detik}}$$

$$= \frac{0{,}288\ u_o^2}{0{,}409.2g}$$

Dari persamaan (1), m = 7

Harga enersi kinetis tiap satuan berat =

$$\frac{0{,}288}{0{,}409}\left[\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}\right]^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{0{,}288}{0{,}409}\left(\frac{8.15}{98}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= 1{,}056\ \frac{v^2}{2g}$$

Soal - soal

1. Sebuah Venturimeter mengukur aliran air di dalam pipa yang bergaris tengah 75 mm. Perbedaan tinggi antara mulut dan tenggorokan diukur dengan pipa U yang berisi air raksa.
   Berapakah diamter dari tenggorokan, apabila perbedaan tinggi air raksa = 250 mm, sedang besarnya aliran = 620 dm^3/menit, diambil koeffisien pengaliran sebesar 0,97.
   (40,7 mm)

2. Sebuah Venturimeter di test untuk mendapatkan harga koeffisien pengalirannya. Air ditampung dalam bak ukur.
   Pipa bergaris tengah 76 mm, garis tenggorokannya 38 mm, bila perbedaan tinggi tetap sebesar 266 mm pada pipa U yang berisi air raksa dan air di bak terdapat 2200 kg dalam tempo 4 menit, berapakah harga c itu?
   (0,966)

3. Sebuah Venturimeter dipasang pada pipa air yang letaknya mendatar. Garis tengah tenggorokannya 75 mm, sedangkan ukuran pipanya 150 mm, c = 0,97.
   Hitunglah aliran dalam pipa dalam m^3/jam, bila perbedaan permukaan air raksa pada pipa U = 178 mm.
   (106,5 m^3/jam)

4.a. Apakah keuntungannya mengukur aliran dengan menggunakan alat ukur Venturi daripada mengukur dengan orificemeter?

   b. Sebuah Venturimeter bergaris tengah 65 mm dan tenggorokannya bergaris tengah 26 mm, mengukur aliran cairan yang mempunyai kerapatan 898 kg/m^3.
   Perbedaan tinggi air raksa pada pipa U = 71 mm.
   Bila koeffisien pengalirannya = 0,97 dan berat jenisnya air raksa = 13,6. Hitunglah besarnya debiet aliran dalam m^3] jam.
   (8,36 m^3/jam)

5. Sebuah Venturimeter mempunyai ukuran pada tenggoroakannya 19 mm. Sedangkan pipanya berukuran 57 mm.
   Hitunglah koeffisien pengalirannya apabila tekanan pada pipanya yang bergaris tengah 57 mm sebesar 172,5 kN/m^2 di atas tekanan pada tenggorokannya, bila besarnya aliran = 311 dm^3/menit.
   Sumbu alat ukur letaknya miring terhadap garis datar, bagian tenggorokan berada 0,46 m di atas pipanya yang bergaris tengah 57 mm.
   (0,99)

6. Sebuah Venturimeter letaknya tegaklurus, garis tengah mulutnya 150 mm, sedangkan tenggorokannya 75 mm. Tenggorokan berada 225 mm di atas mulutnya, koeffisien pengaliran c = 0,96. Minyak mengalir di dalam pipa mempunyai berat jenis = 0,78. Dengan menggunakan hukum Bernoulli, hitunglah:
   a. Perbedaan tekanan antara mulut dan tenggorokan dalam kN/m^2.
   b. Perbedaan tinggi air raksa bila berat jenisnya = 13,6.

   (34 kN/m^2; 0,257 m).

7. Minyak yang mempunyai berat jenisnya = 0,85 mengalir ke atas melalui Venturimeter yang pada pipa yang bergaris tengah 225 mm. Garis tengah tenggorokannya 75 mm berada 150 mm di atas mulutnya.
   Pipa-pipa tekanan dihubunngkan dengan silinder yang letaknya tegak lurus dengan toraknya berukuran 1950 mm^2, bergerak bebas di dalamnya.
   Torak dapat dibebani dengan menempatkan beban di atas batang torak tersebut yang tegak melalui bagian bawah silinder. Hitunglah besarnya debiet aliran bila jumlah beban torak = 13,65 kg agar torak tetap berada dalam keseimbangan.
   Akibat gesekan diabaikan.

   (55,8 dm^3/detik)

BAB VIII
PENGUKURAN ALIRAN, MELALUI LUBANG-LUBANG (ORIFICES)

Sebuah lobang (orifice) biasanya dibuat di dasar atau pada dinding tangki, pada umumnya berbentuk bundar, dan debit alirannya sama sekali tergantung dari tinggi permukaan air di dalam tangki.

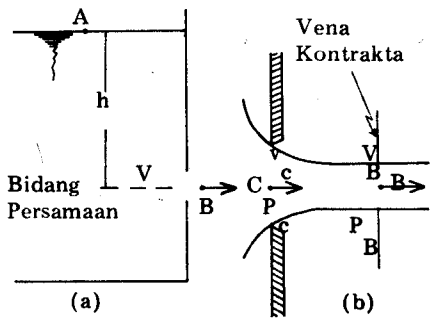
VIII.1.

a. Dengan menggunakan rumus Bernoulli, turunkan rumus pengaliran air melalui lubang kecil. Bandingkanlah hasil teoritis dengan hasil yang sebenarnya. Terangkan sebab-sebab perbedaannya.

b. Sebuah lubang yang bersisi tajam bergaris tengah 50 mm, tinggi permukaan air dalam tangki 4,5 m. Tentukan besarnya koefisien pengaliran bila aliran itu besarnya 11,45 dm^3/detik.

Apabila terdapat tekanan pada pancaran air yang ke luar sebesar 26,5 kN/m² di atas tekanan atmosfir, hitunglah koefisien kontraksi.
Kehilangan enersi akibat gesekan diabaikan.

Jawab:



Gb. VIII-1.

Pada gambar VIII-1 terlihat sebuah tangki dengan lobang pada dindingnya.
Pada titik A dipermukaan air p_A sama dengan tekanan atmosfir, sedang v_A dianggap sama dengan nol bila tangki luas sekali.
Pada titik B, kecepatan air v_B

Tekanannya p_B adalah tekanan atmosfir, jadi $p_A = p_B$
Menggunakan rumus Bernoulli terhadap bidang persamaan melalui B maka:

$$z_A + \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{w} = z_B + \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{w}$$

Bila: $z_A - z_B = h$; $v_A = 0$; $v_B = v$ dan $p_A = p_B$ maka :

Kecepatan pancaran air $v = \sqrt{2gh}$ ..... (1)
Ini adalah Hukum Torricelli.
Jadi debiet aliran teoritis melalui lobang = luas x kecepatan.
Bila A = luas pancaran air di C (gambar 8.1(b) maka

$$Q = A\sqrt{(2gh)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Pada keadaan sebenarnya debiet aliran lebih kecil daripada debiet teoritis sebab kecepatan pancaran air lebih kecil karena tahanan gesekan.

Jadi kecepatan sebenarnya $v' = C_v \times v = C_v\sqrt{2gh}$

C_v = koefisien kecepatan.

Juga terlihat bahwa jalannya air mengecil atau kovergen pada lobang aliran jadi luas pancaran air lebih kecil dari pada lobangnya.
Pada bidang yang berimpit dengan lobang tangki bagian-bagian air bergerak ke arah pusatnya sehingga di titik C tekanan lebih besar daripada tekanan atmosfir, pada titik B sedikit di luar lubang maka garis arus menjadi sejajar. Penampang melalui titik B disebut VENA CONTRACTA.

$\therefore$ luas pancaran air sebenarnya $A' = C_c \times A$

C_c = koefisien kontraksi

Jadi debiet aliran yang sebenarnya = Luas sebenarnya x kecepatan sebenarnya.

$$= C_c A \times C_v\sqrt{2gh}$$

bila $C_c \times C_v = C_d$ = koefisien pengaliran maka :

$$Q = C_d A\sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$$\therefore C_d = \frac{Q}{A\sqrt{2gh}}$$

b. Bila $Q = 11{,}45\ dm^3/detik$, $A = \frac{1}{4}\pi(0{,}05)^2 = 19{,}6 \times 10^{-4}\ m^2$; $h = 4{,}5\ m$

$$C_d = \frac{11{,}45 \times 10^{-3}}{1{,}96 \times 10^{-3}\sqrt{(2 \times 9{,}81 \times 4{,}5)}} = 0{,}62$$

Dengan mempergunakan persamaan Bernoulli pada titik B dan C maka :

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p_B}{w} = \frac{v_c^2}{2g} + \frac{p_c}{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$v = \sqrt{2gh}$

$v = \sqrt{(2g \times 4{,}5)} = 9{,}38$ m/detik.

$p_C - p_B = 26{,}5.x\ 10^3\ N/m^2$

$w = 9{,}81 \times 10^3\ N/m^3$

Dari persamaan (4) maka :

$$v_c^2 = v^2 - 2g\left(\frac{p_C - p_B}{w}\right) = 9{,}38^2 - \frac{2x9{,}81x26{,}5x10^3}{9{,}81 \times 10^3} =$$

$= 88{,}3 - 53 = 35{,}3$

$v_c = 5{,}94$ m/detik

Hukum kesenantiasaan di titik B dan C

$A_B.v = A_c v_c$

Koefisien kontraksi $= \frac{A_B}{A_c} = \frac{v_c}{v} = \frac{5{,}94}{9{,}38} = 0{,}634$

VIII.2.

a. Terangkan cara-cara mendapatkan koefisien pengaliran melalui lubang dan mengapa koefisien-koefisien ini diperlukan pada perhitungan-perhitungan.

b. Buatlah sketsa-sketsa 4 macam lubang pengaliran dan berapakah besarnya koefisien pengalirannya.

c. Sebuah lubang mengalirkan air sebanyak 0,76 m^3 tiap menit, tinggi permukaan air 60 m di atas sumbu lubang pengaliran garis tengah pancaran air 22,5 mm. Tentukan:

(1) Koefisien pengalirannya

(2) Kehilangan enersi akibat gesekan air.

Jawab:

a. Koefficien kecepatan

$$c_v = \frac{\text{Kecepatan sebenarnya pada Vena Kontrakta}}{\text{Kecepatan teoritis}}$$

Kecepatan sebenarnya = $c_v \sqrt{2gh}$

Koefisien kontraksi C_c =

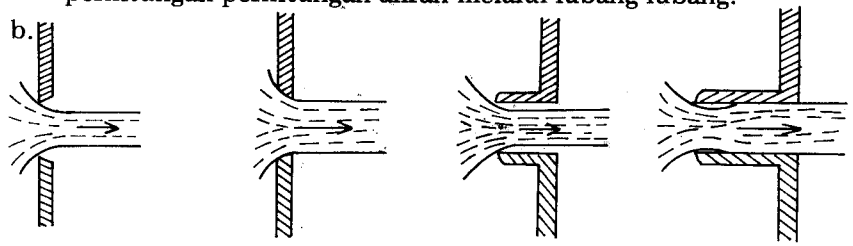
$$\frac{\text{Luas pancaran pada Vena Kontrakta}}{\text{Luas lubang}}$$

Koefisien pengaliran C_d =

$$\frac{\text{Debit aliran yang sebenarnya}}{\text{Debiet aliran teoritis}}$$

Koefisien ini diperlukan untuk mendekati kebenaran dari perhitungan-perhitungan aliran melalui lubang-lubang.

b.



$C_d = 0{,}62$ lubang tajam (a)

$C_d = 0{,}97$ lubang dibulatkan (b)

$C_d = 0{,}50$ Pengaliran bebas (c)

$C_d = 0{,}75$ Pengaliran penuh (d)

Lubang pipa Borda

Gb. VIII-2

Pada pengaliran gambar VIII-2 (c) aliran air tidak menyentuh dinding pipa sedang pada gambar VIII-2 (d) aliran menyentuh dinding pipa pada saat akan keluar.

c.(1) Sudah diketahui debiet aliran yang sebenarnya = 0,76 m^3 / menit = 0,0127 m^3 /detik;
A = luas lubang, h = tinggi air di dalam tangki.

Aliran teoritis = $A\sqrt{2gh} = \frac{1}{4}\pi(0{,}025)^2\sqrt{2gx60}$

$= 4{,}9 \times 10^{-4} \times 34.2 = 0{,}0168\ m^3/detik$

Koefisien debiet aliran = $\frac{0{,}0127}{0{,}0168} = 0{,}758$

Luas lubang = $\frac{1}{4}\pi \times (0{,}025)^2\ m^2$

Luas penampang pancaran air = $\frac{1}{4}\pi \times (0{,}225)^2\ m^2$

Koefisien kontraksi = $\frac{\frac{1}{4}\pi\ ((0{,}0225)^2}{\frac{1}{4}\pi.(0{,}025)^2} = 0{,}810$

Koefisien kecepatan = $\frac{\text{Koefisien debiet aliran}}{\text{Koefisien kontraksi}}$ =

$= \frac{0{,}758}{0{,}810} = 0{,}937$

(2) Enersi potensial pada lobang aliran = h

Enersi kinetis pancaran air = $\frac{v^2}{2g}$

Kehilangan enersi tiap satuan berat = $h - \frac{v^2}{2g}$

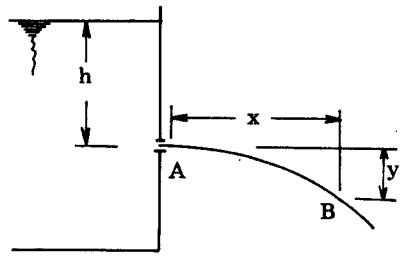
$v = C_v\sqrt{(2gh)}$

Kehilangan energi tiap satuan berat = $h(1 - C_v^2)$

Jadi kehilangan enersi akibat gesekan = $60\ (1-0.937^2)$ =

7,32 m tinggi air

VIII.3. (a) Air memancar dari lubang seperti terlihat pada gambar VIII-3. Turunkanlah rumus untuk kecepatan pancaran air yang sebenarnya, bila air turun sebesar y pada jarak x dari Vena Kontrakta. Bila tinggi air di dalam tangki h, tentukan koefisien dari kecepatan aliran air.



Gb. VIII-3

(b) Lubang aliran = 650 mm^2, bila y = 0,5 m sedang x = 1,5 m dan debiet aliran = 0,10 m^3/menit, hitunglah reaksi horizontal dari pancaran terhadap tangki.

Jawab:

(a) Bila t adalah waktu untuk bagian elementer air bergerak dari Vena Kontrakta A ke B maka x = vt dan $y = \frac{1}{2}gt^2$

$$v = \frac{x}{t}$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$v = \sqrt{\frac{qx^2}{2y}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Kecepatan teoritis = $\sqrt{2gh}$

Koefisien kecepatan = $\frac{\text{kecepatan sebenarnya}}{\sqrt{2gh}}$

$= \frac{v}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{x^2}{4yh}}$

Bila x = 1,5 m; y = 0,5 m dimasukkan ke dalam persamaan (1)

$$v = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 2{,}25}{2 \cdot 0{,}5}} = 4{,}7\ m/detik$$

(b) Bila bagian-bagian elementer air meninggalkan lubang, maka mereka menimbulkan momentum dan memberikan reaksi sebesar perubahan momentumnya.

Reaksi horizontal = perubahan momentum

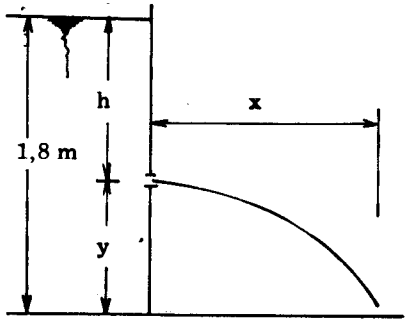
= massa/detik x kecepatan yang diterima.

$$\text{Aliran massa/detik} = \rho Q = 10^3 \cdot \frac{0{,}10}{60} = 1{,}67 \text{ kg/detik}$$

Reaksi pancaran air = 1,67.4,7 = 7,85 N.

VIII.4. Sebuah tangki air yang tingginya 1,8 m diisi terus dengan air sehingga tinggi air tetap seperti semula. Lubang yang jaraknya h dari permukaan memancarkan air. Hitunglah harga h agar jarak x dari pancaran air mencapai maksimum.

Jawab :



Gb. VIII-4

$v = C_v\sqrt{2gh}$

Bila t adalah waktu yang diperlukan oleh bagian air elementer untuk bergerak dari lobang sampai di atas tanah maka:

$x = vt$ (1)

$y = \frac{1}{2} gt^2$ (2)

(1)(2). $x = \sqrt{\frac{2v^2 y}{g}}$

$y = 1{,}8 - h$; $v = C_v\sqrt{2gh}$

$$x = \sqrt{\frac{C_v^2\, 4gh(1{,}8-h)}{g}} = 2\, C_v\sqrt{\{h(1{,}8-h)\}}$$

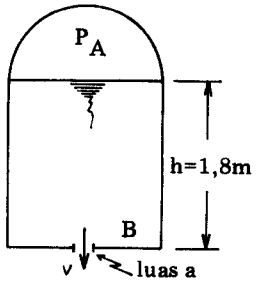
x maksimum bila h (1,8 — h) maksimum jadi :

$$\frac{d\,[\,h\,(1{,}8-h)\,]}{dh} = 1.8 - 2\,h = 0$$

$$h = 0{,}9 \text{ m}$$

VIII.5. Air di dalam tangki dalamnya 1,8 m, di atas permukaan air terdapat tekanan sebesar p = 70 kN/m^2 di atas tekanan atmosfir (Gb. VIII-5).
Berapakah besarnya debiet aliran dalam m^3/detik dari lobang bergaris tengah 50 mm pada dasar tangki bila $C_d = 0{,}6$.

Jawab:



Gb. VIII-5

Hukum Bernoulli pada titik A dan B

$$\frac{p}{w} + h = \frac{v^2}{2g}$$

Kecepatan teoritis = $v = \sqrt{2g\,(\frac{p}{w} + h)}$

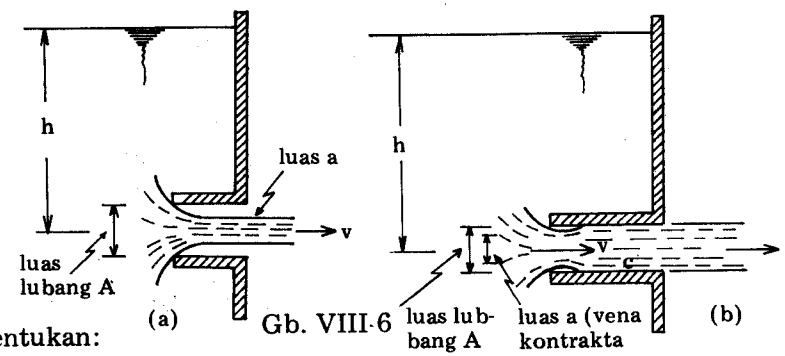
Debiet aliran yang sebenarnya

$$Q = C_d a v = C_d a\sqrt{2g(\frac{p}{w} + h)}$$

$$Q = 0{,}6 \text{ x } \tfrac{1}{4}\,\pi \text{ x } 0{,}25 \text{ x } 10^{-2}\sqrt{[2 \text{ x } 9{,}81\,(\frac{70 \text{ x } 10^3}{9{,}81 \text{x} 10^3} + 1{,}8)\,]}$$

$= 0{,}0156$ m^3/detik.

VIII.6. Tangki-tangki air terlihat seperti pada gambar VIII-6 di mana lubang pipa tajam masuk ke dalam tangki.
Diameter lobang = 40 mm.
Tinggi permukaan air = 1,5 m di atas sumbu mendatar pipa.
Koefisien kecepatan = 0,95.



Gb. VIII-6

Tentukan:

(a) Koefisien kontraksi bila aliran adalah aliran bebas, gambar VIII-6 (a).

(b) Pengaliran air, bila aliran adalah aliran penuh, dan Vena Kontrakta terjadi di dalam pipa, sedang koefisien kontraksi dianggap sama dengan (a), kehilangan enersi diperhitungkan di antara Vena Kontrakta dan lubang luar.

Jawab:

Dengan mempergunakan Hukum Newton ke 2. Perubahan momentum dari pancaran air = tekanan pada lubang.

Bila Q = volume yang melalui lubang tiap detik.

$$\frac{wQV}{g} = wh\ A$$

atau, $Q = av \longrightarrow \frac{av^2}{g} = hA$

$$v = C_v\sqrt{2gh}$$

$$\frac{a}{g} C_v^2\ 2gh = hA$$

Koefisien kontraksi = $C_c = \frac{a}{A} = \frac{gh}{2C_v^2\ gh} = \frac{1}{2\ C_v^2}$

$$C_v = 0{,}95\ ;\ C_c = \frac{1}{2 \times 0{,}95^2} = 0{,}554$$

Debiet pengaliran $Q = av = 0{,}544AC_v\sqrt{2gh}$

$= 0{,}554 \times \frac{1}{4}\pi\ (0{,}040)^2 \times 0{,}95\sqrt{(2g \times 1{,}5)}$

$= 0{,}0036\ m^3/detik.$

Menggunakan Hukum Bernoulli terhadap permukaan dan lobang keluar.

$$h = \frac{v^2}{2g} + \text{kehilangan enersi}$$

Akan dibuktikan nanti bahwa kehilangan enersi apabila aliran membesar dari Vena Kontrakta ke ukuran pipa ialah $(v_c - v)^2/2g$ di mana v_c = kecepatan pada Vena kontrakta.

Hukum kesenantiasaan menghasilkan $a \times v_c = A \times v$.

Kehilangan enersi = $\frac{v^2}{2g}\left(\frac{A}{a} - 1\right)^2$

Dari soal di atas $\frac{a}{A} = 0{,}554$

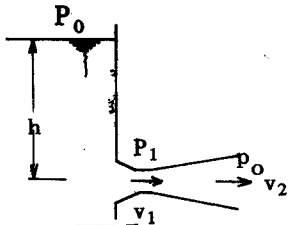
Jadi kehilangan enersi = $\frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{0{,}554} - 1\right)^2 = 0{,}673\frac{v^2}{2g}$

$$h = \frac{v^2}{2g} + 0{,}673\frac{v^2}{2g} = 1{,}673\frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{\frac{2g \times 1{,}5}{1.673}} = 4{,}19\ m/detik$$

Debit aliran = $Av\ \frac{1}{4}\pi\ (0{,}040)^2 \times 4.19 = 0{,}0053\ m^3/detik$

VIII.7. Aliran dianggap tidak ada kehilangan enersi di bagian yang konvergen, maka kehilangan enersi pada bagian yang divergen sama dengan 0,18 kali kecepatan di tempat keluar. Juga tekanan absolut minimum pada tenggorokan ialah 2,5 m tinggi air



Gb. VIII-7

untuk tekanan barometrik = 10,4 m tinggi air, tentukan garis tengah tenggorokan dan pipa tempat keluar, bila debiet aliran 0,0045m^3/detik dan tinggi permukaan 1,5 m di atas garis sumbu mendatar lubang.

Jawab :

Dengan mempergunakan persamaan Bernoulli terhadap permukaan dari tenggorokan bila p_o = tekanan atmosfir
p_1 = tekanan di dalam tenggorokan
v_1 = kecepatan di dalam tenggorokan.

Maka: $\frac{p_o}{w} + h = \frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g}$ ..... (1)

$\frac{p_o}{w} = 10{,}4$ m, $\frac{p_1}{w} = 2{,}5$ m tinggi air, h = 1,5 m

Jadi :

$\frac{v_1^2}{2g} = 10{,}4 - 2{,}5 + 1{,}5 = 9{,}4$ m tinggi air

$v_1 = 13{,}6$ m/detik

Karena debiet aliran = 0,0045 m^3/detik bila d_1 = garis tengah tenggorokan.

$\frac{1}{4}\pi d_1^2 v_1 = 0{,}0045$

$d_1^2 = \frac{4 \times 0{,}0045}{\pi \times 13{,}6}$

Garis tengah tenggorokan d_1 = 20,5 mm

Dengan persamaan Bernoulli terhadap permukaan dan tempat keluar didapat:

$\frac{p_o}{w} + h = \frac{p_o}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + 0{,}18\,\frac{v_2^2}{2g}$

$v_2^2 = \frac{2gh}{1{,}18}$ ..... (2)

$v_2 = \sqrt{\frac{2g \times 1{,}5}{1{,}18}} = 5$ m/detik

Sudah diketahui Q = 0,0045 m^3/detik;
d_2 = garis tengah tempat keluar

$\frac{1}{4}\pi d_2^2 v_2 = 0{,}0045$

$d_2^2 = \frac{4 \times 0{,}0045}{\pi \times 5} = 0{,}00115$

Garis tengah tenggorokan = d_2 = 0,034 m = 34 mm

Dari persamaan (1)

Tinggi tekanan pada tenggorokan = $\frac{p_1}{w} = h + \frac{p_o}{w} - \frac{v_1^2}{2g}$

$\frac{1}{4}\pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4}\pi d_2^2 v_2$

Dari Hukum kesenantiasaan $v_1^2 = (\frac{d_2}{d_1})^4 V_2^2$

$= (\frac{d_2}{d_1})^4 \frac{2gh}{1{,}18}$

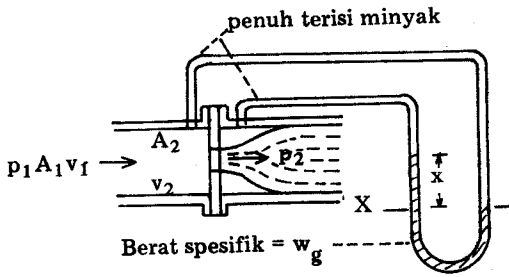
Dari persamaan (2)

Tinggi tekanan ditenggorokan = $\frac{p_o}{w} + \left[h - (\frac{d_2}{d_1})^4\right] \frac{h}{1{,}18}$

adalah fungsi lineair dari h.

VIII.8. Sebuah alat ukur berbentuk lubang (orifice meter), mempunyai garis tengah 100 mm di pasang di dalam pipa yang bergaris tengah 250 mm.
Koefisien pengalirannya = 0,65. Pipa mengalirkan minyak yang mempunyai berat spesifik = 0,9.
Perbedaan tinggi air raksa pada manometer 760 mm. Hitunglah debiet aliran minyak dalam pipa seperti terlihat pada gambar VIII-8.

Jawab:



Gb. VIII-8

Dengan menggunakan Hukum Bernoulli dan kehilangan energi diabaikan maka:

$$v_1^2 + \frac{p_1}{w} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w}$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{w}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = {}^{A_1}/_{A_2}\, v_1$$

$$\frac{v_1^2}{2g}\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right] = \frac{p_1 - p_2}{w}$$

$$v_1 = \frac{A_2}{\sqrt{(A_1^2 - A_2^2)}}\sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right)}$$

Debiet aliran sebenarnya = Koefisien pengaliran x Debiet aliran teoritis

$$Q = C_d A_1 v_1 = C_d \frac{A_1 A_2}{\sqrt{(A_1^2 - A_2^2)}}\sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right)}$$

$$Q = \frac{C_d A_1}{\sqrt{(m^2 - 1)}}\sqrt{2g\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right)}\ ;\ m = \frac{A_1}{A_2}$$

Tekanan pada bidang x — x adalah sama jadi

$$p_1 + wx = p_2 + w_g x$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = x\left(\frac{w_g}{w} - 1\right)$$

Diketahui x = 760 mm = 0,76 m ; $\frac{w_g}{w} = \frac{13,6}{0,9} = 15,1$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = 0,76 \times 14,1 = 10,72 \text{ m tinggi minyak}$$

$$C_d = 0,65$$

$$A_1 = \tfrac{1}{4}\pi (0,25)^2 = 0,0497 \text{ m}^2$$

$$m = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{4}\pi \times 0,25^2}{\frac{1}{4}\pi \times 0,10^2} = 6,25$$

$$m^2 = 39,1$$

$$Q = \frac{0,65 \times 0,0497}{6,17}\sqrt{(2g \times 10,72)}$$

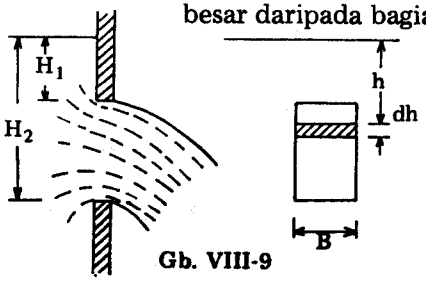
$$= 0,00524 \times 14,5 = 0,0762 \text{ m}^3/\text{detik}$$

VIII.9. Sebuah reservoir air mengalirkan air melalui pintu air berukuran 0,9 m lebar x 1,2 m tinggi. Bagian atas lobang berada 0,6 m di bawah permukaan air, sedang permukaan air di belakang pintu air berada di bawah ambang bawah dari lobang.

Hitung (a) Debiet aliran teoritis

(b) Besarnya kesalahan dari lubang bila dianggap lubang biasa (small orifice) dengan memakai rumus $v = \sqrt{2gh}$

Jawab: Pintu air merupakan lobang yang besar, jadi kecepatan aliran pada dasar pintu atau lebih besar daripada bagian atasnya.



Gb. VIII-9

a. Diambil bagian kecil dari lubang setinggi dh. Luasnya = Bdh.

Kecepatan melalui Bdh = $\sqrt{2gh}$

Debietnya = $B\sqrt{2gh}.dh$

Untuk seluruh lubang $Q = B\sqrt{2g}\int_{H_1}^{H_2} h^{1/2}dh$

$= \frac{2}{3} B\sqrt{2g.(H_2^{3/2} - H_1^{3/2})}$

Diketahui B = 0,9 m ; H_2 = 1,8 m; H_1 = 0,6 m

$Q = \frac{2}{3} \times 0{,}9 \times \sqrt{(2g)\,(1.8^{3/2} - 0{,}6^{3/2})}$

$= 2.68(2.415 - 0{,}465) = 5{,}18\ m^3/detik$

b. Bila dianggap lobang kecil biasa $Q = A\ 2gh$.

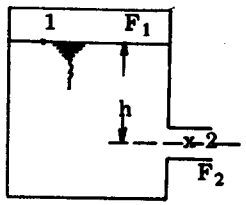
$A = 0{,}9 \times 1{,}2\ m = 1{,}08\ m^2$; h = 1,2 m

$Q = 1.08\sqrt{(2 \times 9{,}81 \times 1{,}2)} = 5{,}24\ m^3/detik$

$\text{Kesalahan} = \frac{5{,}24 - 5{,}18}{5{,}18} \times 100\ \% = 1{,}16\ \%$

VIII.10. Buatlah rumus untuk menghitung kegiatan aliran air melalui lubang dari reservoir air yang tertutup.

Jawab:



Gb. VIII-10

Pada gambar VIII.10 terllihat reservoir yang tertutup. Pada permukaan tekanannya tidak lagi sama dengan tekanan atmosfir.

Menggunakan rumus Bernoulli dititik 1 dan 2. Maka :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} = + z_2$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + h = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_o}{\rho g} + 0$$

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_o}{\rho g} + h$$

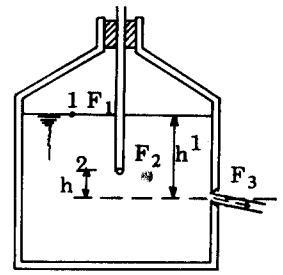
Bila $v_1 = nv_2$ maka

$$\frac{v_2^2\,(1 - n^2)}{2g} = \frac{p_1 - p_o}{\rho g} + h$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{[\,2g(\,h + \frac{p_1 - p_o}{\rho g}\,)]}{1 - n^2}}$$

VIII.11. Gambarkan sebuah botol Mariotte, dan terangkan cara kerjanya. Hitunglah debiet aliran melalui lobang di dinding botol dan hitung tekanan di ruang tertutup di atas permukaan air.

Jawab:



Gb VIII-11

Gambar VIII-1. adalah gambar botol Mariotte waktu sumbat dipasang lubang bawah ditutup. Bila lubang bawah dibuka, maka permukaan air dipipa lebih cepat turunnya dari permukaan air di botol karena tekanannya kurang dari 1 atmosfir. Pada suatu saat maka muka air dalam pipa tidak turun lagi.

Persamaan Bernoulli terhadap bidang persamaan melalui lobang bawah :
Dititik 1, 2 dan 3.

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\rho g} + z_3$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + h' = 0 + \frac{p_o}{\rho g} + h = \frac{p_3^2}{2g} + \frac{p_o}{\rho g} + 0 \text{ ; dianggap } v_1 \sim 0$$

(1) (2) (3)

karena luas $f_1 \gg f_3$

(2) = (3) $v_3 = \sqrt{2gh}$

$Q = F_3 \sqrt{2gh}$, (teoritis)

$Q = CF_3 \sqrt{2gh}$, (praktis, C = Coefficient pengaliran).

(1) = (2) $\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_o}{\rho g} + h - h' = \frac{p_o}{\rho g} - (h' - h)$

$p_1 = p_o - \rho g (h' - h) < p_o$

$p_1 < p_o$

Soal - Soal

1. Lubang air yang berambang tajam bergaris tengah 50 mm, pada sisi tegak tangki mengalirkan air, sedang tinggi air di atas lubang 4,8 m.
   Bila $C_c = 0{,}62$; $C_v = 0{,}98$ tentukan:
   (a) garis tengah pancaran air
   (b) Kecepatan air pada Vena Kontrakta.
   (c) Debiet aliran dalam m^3/detik)
   (40,3 mm, 9,5 m/detik, 12,15 dm^3/detik)

2. Air harus dialirkan melalui 2 buah lubang bundar dengan tinggi air yang tidak boleh berubah, 0,75 m diukur sampai garis lubang.
   Berapa garis tengah yang diperlukan agar aliran mencapai 13620 m^3/hari.
   $C_c = 0{,}62$; $C_v = 0{,}97$.
   (0,2085 m)

3. Sebuah lubang berambang tajam bergaris tengah 48,2 mm dipakai untuk mengukur udara yang dialirkan ke sebuah mesin.
   Buktikan bahwa volume yang melalui lubang adalah $0{,}92 \sqrt{\frac{h}{\rho}}$ m^3/menit bila h = perbedaan tekanan antara kedua sisi lubang dalam cm, tinggi air, dan ρ adalah kerapatan udara dalam kg/m^3 bila koefisien pengaliran = 0,602.
   Hitunglah volume air dalam m^3/menit, bila h = 2,16 cm tinggi air, tekanan atmosfir = 775 mm air raksa dan temperatur = 15,8°C.
   Untuk udara berlaku rumus pV = 287 T
   (1,2 m^3/menit)

4. Sebuah tangki tertutup mengalirkan air melalui lubang bergaris tengah 12,5 mm, dan mempunyai koefisien pengaliran = 0,7. Bila udara dipompakan pada bagian atas dari tangki, tentukan tekanan yang diperlukan agar melalui lubang diperoleh debiet aliran sebesar 36 dm^3/menit bila tinggi air ditangki = 0,9 m.
   (15,7 kN/m^2)

5. Sebuah tangki tertutup mempunyai lubang di dasarnya bergaris tengah 12,5 mm. Pada suatu saat tinggi permukaan air di atas lobang = 1,8 m. Bila debiet aliran = 90 kg/menit pada saat ini, tentukan tekanan udara yang harus dipompakan ke dalam tangki sebelah atas air. $C_d = 0{,}6$.
   (190 kN/m^2)

6. Sebuah lobang berambang tajam bergaris tengah 25 mm terletak di dinding tegak dari sebuah tangki minyak, mengeluarkan minyak ke tempat yang mempunyai tekanan absolut 83 kN/m^2.
   Permukaan minyak di dalam tangki dipertahankan tingginya dan mendapat tekanan luar sebesar 48 kN/m^2 diukur dengan pengukur tekanan.
   Koefisien kecepatan = 0,98, Koefisien kontraksi = 0,62.

Berat spesifik dari minyak = 0,85, tekanan Barometris absolut = 760 mm air raksa.
Bila pancaran minyak itu melengkung ke bawah sebesar 5 cm pada jarak horizontal 138 cm
Hitunglah:
(a) Tinggi minyak dalam tangki di atas sumbu lubang.
(b) Besarnya debiet aliran.

(1,96 m, 4,16 dm^3/detik)

7. Sebuah tangki mempunyai lubang yang berambang tajam bergaris tengah 930 mm^2 yang dalamnya 2,7 m di bawah permukaan air yang tetap tingginya. Air memancar dari lubang dan pada jarak 2,34 m, air turun sebesar 0,54 m dari sumbu datar melalui lubang itu.
Debiet air 4,2 dm^3/detik.

Hitunglah:
(a) Koefisien kecepatan aliran.
(b) Koefisien kontraksi
(c) Koefisien pengaliran.

(0,97, 0,624, 0,643)

8. Sebuah tangki berbentuk persegi tiap sisi 0,3 m, terbuka bagian atasnya. Sebuah lubang bergaris tengah 6 mm terletak dekat dasar tangki pada dinding tegaknya. Air mengalir ke dalam tangki dengan debiet sebesar 280 dm^3/jam.
Pada suatu saat, pancaran air ke luar dari lubang sejauh 0,63 m dari vena kontrakta diukur mendatar dan berjarak 0,53 m di bawah garis sumbu mendatar dari lubang itu. Tentukan apakah permukaan air turun atau naik pada saat kejadian di atas, tentukan juga tingginya permukaan di atas sumbu lubang pancaran air dan besar perubahan tinggi air itu. (Cv = 0,97 ; Cd = 0,64) (0,197 m, 0,46 mm/detik).

9. Kecepatan serta pancaran air dari suatu lubang pada dinding tegak sebuah tangki dapat ditentukan dari 3 titik p_o, p_1 dan p_2 yang terletak pada garis arus pancaran air.
Bila p_1 dan p_2 berjarak x_1 dan x_2 ke kanan sedang y_1 dan y_2 jarak ke sebelah bawah dari p_o. Buatlah rumus

kecepatannya.

$$(v = \sqrt{\frac{g x_1 x_2 (x_1 - x_2)}{2 (x_2 y_1 - x_1 y_2)}})$$

10. Sebuah lubang bulat yang luasnya 6,5 cm^2 dibuat di sisi tangki yang luas; tangki itu bergantung dan ditahan oleh sebuah ujung tajam 1,5 m di atas lubang itu.
Bila tinggi permukaan air berada 1,2 m di atas lubang, debiet aliran air besarnya 118,5 kg/menit, dan momen sebesar 14,4 Nm harus diadakan untuk menahan ujung tajam agar tangki tetap tegak lurus. Tentukan:
(a) Koefisien kecepatan
(b) Koefisien kontraksi
(c) Koefisien pengaliran dari lubang

(0,98, 0,627, 0,614).

11. Sebuah lubang berbentuk segitiga sama kaki pada dinding sebuah reservoir air berukuran, satu sisi dasarnya 0,9 m sedang tingginya 0,6 m dan dasarnya berada 1,2 m di bawah permukaan air.
Tentukan debiet aliran teoritisnya.

(1,19 m^3/detik).

12. Mulut pipa Borda bergaris tengah 150 mm mengalirkan air, pada ketinggian permukaan 3 m dari sumbu mulut pipa Borda.
Hitunglah (a) debiet alirannya.
(b) garis tengah pancaran air pada vena kontrakta bila air mengalir bebas.

(67,8 dm^3/det, 106 mm)

13. Sebuah pipa yang berbentuk konvergen divergen dipasang pada dinding tangki yang berisi air dengan permukaan tetap H di atas sumbu pipa tersebut. Air dialirkan ke udara terbuka.
Buatlah suatu rumus yang menunjukkan perbandingan antara

luas lubang ke luar dan lubang tenggorokan untuk debiet aliran maksimum.
Bila diketahui:

(1) Tinggi air pada Barometer = 10,2 m.
(2) Pemisahan sentuhan air pada lobang akan terjadi pada tinggi tekanan absolut sebesar 1,8 m tinggi air.
(3) Kehilangan enersi hanya terjadi pada bagian yang divergen dan kehilangan 25% dari tinggi tekanan pada perubahan tiba-tiba untuk perubahan yang luasnya sama.
(4) Bila H = 2,7 m, garis tengah tenggorokan 50 mm, hitunglah debiet maksimum.

$$\left(\frac{4\sqrt{(h^2 + 6{,}3H - 17{,}6)} - (H + 8{,}4)}{(3H - 8{,}4)}\right); \; 29 \text{ dm}^3/\text{detik}$$

BAB IX

PENGUKUR ALIRAN : DENGAN AMBANG

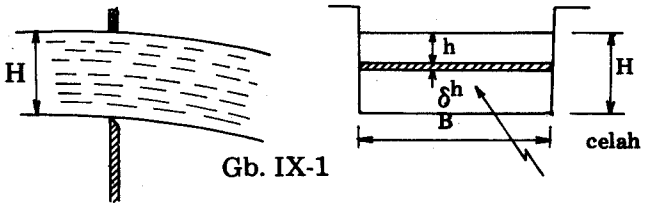
Ambang pengukur aliran dapat dipasang pada tempat penampang air biasanya bagian atas, bila terpasang berada di atas permukaan air. Ambang yang berukuran besar dipasang untuk mengukur aliran air sungai atau aliran-aliran disaluran untuk irigasi.

Ambang persegi panjang :

IX.1. Buktikan bahwa aliran melalui ambang persegi panjang ialah:

$Q = \frac{2}{3} B\sqrt{(2g)}H^{3/2}$ bila B = lebar ambang, H = tinggi air di atas ambang. Dan terangkan juga mengapa rumus

di atas memerlukan perubahan dalam praktek. Bila besarnya aliran 0,14 m^3/detik dan tinggi air di atas ambang 23 cm dan koefisien pengaliran sebesar 0,6, hitunglah lebarnya ambang.



Gb. IX-1

Jawab:

Dengan menggunakan rumus Torricelli, maka kecepatan dari bagian elementer aliran air pada sembarang ketinggian ialah (2gh) dan tentunya harga ini berubah-berubah dari dasar sampai permukaan air. Lihat gambar IX-1.

Kecepatan melalui $\delta h = \sqrt{2gh}$

Luasnya adalah $\delta h \times B = \delta hB$.

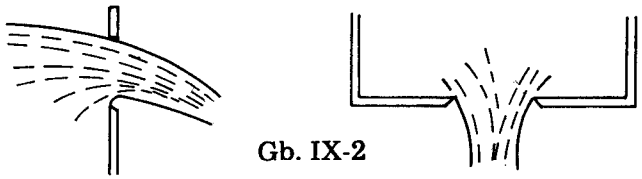
Jadi dQ debiet air melalui celah $\delta h = \sqrt{2gh} \cdot \delta hB$.

Integrasi dari dasar sampai permukaan maka :

$$Q = \int dQ = \int \sqrt{2gh} \cdot \delta hB$$

$$= B\sqrt{2g} \int_h^{1/2} \delta h = \frac{2}{3} B\sqrt{2g} H^{3/2} \quad \ldots\ldots (1)$$

Rumus di atas adalah rumus teoritis.
Besarnya aliran yang diukur dengan rumus di atas hasilnya terlalu besar karena tidak diperhitungkan kehilangan enersi dan juga karena pengecilan dari aliran seperti terlihat pada gambar IX-2.



Gb. IX-2

Pengurangan aliran terjadi baik pada tingginya aliran maupun lebarnya jadi debiet yang sebenarnya adalah debiet teoritis dikalikan dengan koefisien pengaliran C_d, jadi :

$$Q = \frac{2}{3} C_d B\sqrt{(2g)} H^{3/2}$$

Bila Q = 0,14 m^3/det; C_d = 0,6; H = 23 cm = 23 cm

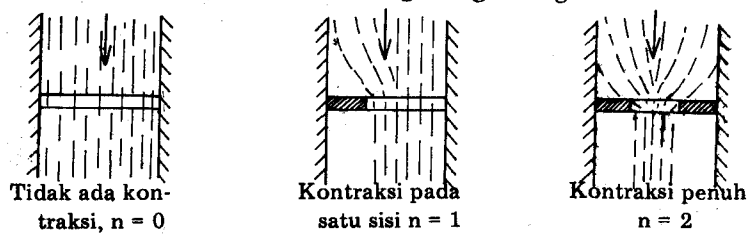
$$B = \frac{Q}{\frac{2}{3} C_d \sqrt{(2g)} H^{3/2}} = \frac{0,14}{\frac{2}{3} \times 0,6 \sqrt{(2g)} (0,23)^{3/2}} = 0,72 \text{ m}$$

IX.2. Buktikan bahwa rumusFrancis untuk ambang persegi panjang adalah :
$Q = 1,84 (L - 0,1 nH) H^{3/2}$ bila n adalah jumlah kontraksi-kontraksi dari aliran melalui ambang tersebut.
Bila panjang ambang 6 m terletak di tengah-tengah saluran yang lebarnya 9 m, sedang tinggi air di atas ambang adalah 25 cm, hitunglah besarnya debit aliran. Rumus Farncis adalah

$$Q = 0,623 (L - 0,1 n H) \times \frac{2}{3} \sqrt{2g} H^{3/2}$$

Jawab :

Berdasarkan percobaan dilaboratorium air, maka kontraksi yang terjadi karena melengkungnya aliran air pada sisi-sisi sama dengan 0,1 H. L adalah lebar ambang.
Besaran ini sama untuk semua sisinya.
Pada gambar IX-3 terlihat berbagai-bagai harga n.



Gb. IX-3

Rumus Francis ini lebih disukai karena koreksi dilakukan terhadap lebar efektive dari ambang sehingga harga koefisien pengaliran adalah tetap = 1,84

Maka $Q = 1{,}84\ (L - 0{,}1\ nH)\ H^{3/2}$

Bila L = 6 m; n = 2 dan H = 25 cm = 0,25 m

$$Q = 1{,}84\ (6 - 0{,}2 \times 0{,}25)(0{,}25)^{3/2} =$$

$$1{,}84(6 - 0{,}05) \times 0{,}125 = 1{,}365\ m^3/\text{detik}$$

IX.3. Terangkan mengapa koefisien pengaliran berubah-ubah sesuai dengan tinggi air di atas ambang.
Tuliskan bagaimana rumus aliran dari Bazin dan Rehbock. Hitunglah besarnya debiet aliran bila tinggi air di atas ambang 38 cm, lebar ambang 12 m sedang ambang berada 1,5 m di atas dasar saluran. Pergunakanlah rumus Bazin untuk mendapatkan koefisien pengaliran.

Jawab:

Bila terjadi kontraksi pada sisi-sisi ambang maka lebar efektif dari ambang akan berubah tergantung dari tinggi-nya air di saluran. Demikian pula apabila tinggi air naik maka penampang melintang dari aliran akan berubah bentuknya, sebagaimana dinyatakan dengan perbandingan lebar dengan dalamnya dan hubungan antara keliling basah dari ambang juga tinggi air di atas ambang dan luas dan penampang saluran berubah-ubah. Karena itu, koefisien aliran berubah-ubah tergantung dari tinggi air di atas ambang.
Harga koefisien Cd pada rumus :

$$Q = \tfrac{2}{3} Cd\ B\sqrt{(2g)}H^{3/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

dapat ditaksir harganya dengan menggunakan rumus :

$$\text{Bazin}\quad Cd = (0{,}607 + \frac{0{,}00451}{H})\ )\ [\ 1{+}0{,}55\ (\frac{H}{P+H})^2\ ]$$

H = tinggi air di atas ambang.
P = tinggi ambang di atas dasar saluran.

Bila koreksi faktor P ditiadakan, maka persamaan (1) dapat ditulis:

$$Q = m\sqrt{(2g)}\,B.\ H^{3/2}$$

di mana $m = 0{,}405 + 0{,}003/H$.

2. Dengan rumus Rechhock :

$$C_d = 0{,}605 + \frac{1}{1048H - 3} + \frac{0{,}08\ H}{P}$$

di mana H dan P dinyatakan dalam satuan Internasional dan ambang terbentang selebar saluran dan tidak ada kontraksi.

Bila H = 38 cm; P = 1,5 m maka dari rumus Bazin

$$C_d = (0{,}607 + \frac{0{,}00451}{0{,}38})[\ 1 + 0{,}55\ (\frac{0{,}38}{1{,}88})^2]$$

$$= 0{,}619\ (\ 1 + 0{,}025) = 0{,}635$$

$$Q = \tfrac{2}{3}\ C_d B\sqrt{(2g)}\ H^{3/2}$$

$$= \tfrac{2}{3} \times 0{,}635 \times 12\sqrt{(2g)}\ (0{,}38)^{3/2}$$

$$= 5{,}26\ m^3/\text{detik}.$$

IX.4. Buktikan bahwa faktor koreksi untuk kecepatan aliran pada ambang segi empat panjang dapat dinyatakan dengan:

$$[(\ 1 + \frac{\alpha\ h'}{H})^{3/2} - (\frac{\alpha h'}{H})^{3/2}\ ]$$

di mana H = tinggi yang diukur.

$h' = \frac{v^2}{2g}$, V = kecepatan diudik ambang.

α = koefisien untuk harga kecepatan yang tidak beraturan yang melalui penampang saluran.

Sebuah saluran berpenampang segi 4 panjang, lebarnya 1,2 m diujungnya dipasang ambang tajam yang lebarnya 0,9 m, tinggi ambang dari dasar 0,2 m, bila α = 1,1 hitunglah debiet aliran bila tinggi air di atas ambang 250 mm; gunakan rumus Francis.

Jawab:

Pada contoh soal no. IX.1 dianggap bahwa kecepatan air mendekati ambang sama dengan nol, karena itu, maka kecepatan pada setiap ketinggian air hanya tergantung dari dalamnya air di bawah permukaan. Pada kenyataannya aliran mendekati ambang mempunyai kecepatan sebesar v sehingga tinggi kecepatan naik sebesar:

$\frac{\alpha v^2}{2g}$

Jadi bila x = tinggi air yang menghasilkan debiet melalui celah pada kedalaman h di bawah muka air (lihat gambar IX.1).

$$\therefore x = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \alpha h'$$

dan $\delta h = \delta x$

Jadi debiet air melalui celah $= \sqrt{(2gx)} \cdot B\delta x$.

Pada permukaan h = 0 dan $x = \delta h'$, sedang pada ambang h = H dan $x = H + \alpha h'$, integrasi dengan kedua batas di atas maka

$$Q = B\sqrt{(2g)} \int_{\alpha h'}^{h+\alpha h'} x^{1/2} dx = \frac{2}{3} B\sqrt{(2g)} [(H + \alpha h')^{3/2} - (\alpha h')^{3/2}]$$

$$= \frac{2}{3} B\sqrt{(2g)}\, H^{3/2} \left[\left(1 + \frac{\alpha h'}{H}\right)^{3/2} - \left(\frac{\alpha h'}{H}\right)^{3/2} \right]$$

Bandingkan dengan soal IX-1 persamaan (1) : Koreksi untuk kecepatan mendekati ambang =

$$\left[\left(1 + \frac{\alpha h')^{3/2}}{H}\right) - \left(\frac{\alpha h'}{H}\right)^{3/2} \right]$$

Dengan faktor koreksi untuk kecepatan maka rumus Francis dalam satuan Internasional menjadi:

$$Q = 1{,}84\ (B - 0{,}1\ nH)\ H^{3/2} \left[\left(1 + \frac{\alpha h'}{H}\right)^{3/2} - \left(\frac{\alpha h'}{H}\right)^{3/2} \right]$$

Karena terdapat kontraksi pada 2 sisinya maka n = 2; B = 0,9 m H = 0,25 m dan α = 1,1

$$\text{Jadi } Q = 1{,}84(0{,}9 - 0{,}05)(0{,}25)^{3/2} \left[\left(1 + \frac{1{,}1h'}{0{,}25}\right)^{3/2} - \left(\frac{1{,}1h'}{0{,}25}\right)^{3/2} \right] =$$

$$= 0{,}196 \left[(1 + 4{,}4\ h')^{3/2} - (4{,}4\ h')^{3/2} \right]$$

Bila $h' = \frac{v^2}{2g}$ dan $v = \frac{Q}{A}$; A = luas penampang saluran maka :

$$h' = \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{Q^2}{2g(1{,}2 \times 0{,}45)^2} = \frac{Q^2}{5.73}$$

Harga Q dapat diperoleh dengan coba-coba :

Bila $h' = 0$; $Q = 0{,}196\ m^3$/detik maka

$$h' = \frac{(0{,}196)^2}{5{,}73} = 0{,}0067\ m$$

$h' = 0{,}0067$ diisikan ke dalam rumus di bawah maka

$$Q = 0{,}196 \left[(1{,}029)^{3/2} - (0{,}029)^{3/2} \right] = 0{,}203\ m^3/\text{detik}$$

Dan untuk harga Q ini kita peroleh :

$$h' = \frac{(0{,}203)^2}{5{,}73} = 0{,}0072\ m$$

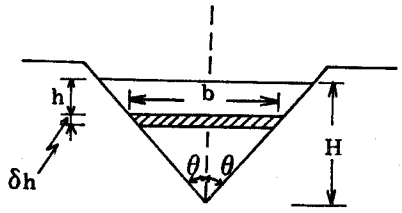
Dengan mengisikan $h' = 0{,}0072$

$Q = 0{,}196\ [(1{,}032)^{3/2} - (0{,}032)^{3/2}\ ] = 0{,}204\ m^3/detik$

Ambang berbentuk V

IX.5. Buatlah rumus untuk aliran air melalui ambang berbentuk V yang bersudut $2\ .\ \theta$, nyatakan rumus itu dengan sudut θ dan H tinggi air di atas ambang bila koefisien aliran = C_d

Dianggap kecepatan mendekati ambang sangat kecil.



Bila $Q = 42{,}5\ dm^3/detik$
$\theta = 35°$
$C_d = 0{,}62$
Berapakah tinggi air di atas ambang ?

Gb. IX-4

Jawab:

Karena kecepatan air melalui ambang berlainan dari atas ke bawah maka diambil suatu celah setinggi h (lihat gambar IX-4).
Pada kedalaman h, di bawah muka air. Bila kecepatan mendekati ambang sangat kecil maka :

Tinggi = h

Kecepatan melalui celah = $V = \sqrt{(2gh)}$

Bila lebar celah = b, Luas celah = $b\ \delta h$
Debiet melalui celah = $\delta Q = vb\ \delta h$

Lebar b tergantung dari h yang besarnya adalah :

$b = 2\,(H - h)\tan\theta$

Jadi $\delta Q = \sqrt{(2g)}\ .\ h^{\frac{1}{2}}\ .\ 2(H-h)\tan\theta \times \delta h$

$= 2\sqrt{(2g)}\tan\theta(Hh^{\frac{1}{2}} - h^{3/2})\ \delta h$

Diintegrasikan antara h = 0 dan h = H

$Q = 2\sqrt{(2g)}\tan\theta \int_0^H (Hh^{\frac{1}{2}} - h^{3/2})\ dh$

$= 2\sqrt{(2g)}\tan\theta \left| \frac{2}{3} Hh^{3/2} - \frac{2}{5}h^{5/2} \right|_0^H$

$Q = \frac{8}{15}\sqrt{(2g)}\tan\theta . H^{5/2}$

Ini adalah debiet aliran teoritis.

Debiet sebenarnya = $C_d \times Q = C_d \frac{8}{15}\sqrt{(2g)}\tan\theta . H^{5/2}$

Dengan $C_d = 0{,}62$; $\theta = 35°$, $\tan\theta = 0{,}70021$

Debiet sebenarnya $Q = 0{,}0425\ m^3/det.$

$0{,}0425 = 0{,}62 \times \frac{8}{15}\sqrt{(2g)}\ .\ 0{,}70021\ .\ H^{5/2}$

$H^{5/2} = 0{,}0414$

$H = 0{,}28\ m = 28\ cm.$

IX.6. Turunkan rumus pengaliran air dengan bentuk rumus $Q = Kh^n$, di mana K dan n, dinyatakan dengan angka untuk ambang berbentuk V yang mempunyai sudut $2\theta = 60°$ dan $C_d = 0{,}6$ bila Q dalam m^3/det dan h dalam meter.
Bila kesalahan membaca dibuat sebesar 1,8 mm untuk pembacaan tinggi air di atas ambang yang tingginya 180 mm, berapa % kesalahan debiet aliran Q?

Jawab: Dari soal no. IX-5.
Debiet alirannya yang sebenarnya :

$$Q = C_d \frac{8}{15} (2g) \tan \theta \, . \, H^{5/2}$$

Bila $C_d = 0{,}6$; $\theta = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$$Q = \frac{0{,}6 \, . \, 8 \sqrt{(2g)}}{15} \tan 30° \, . \, H^{5/2}$$

$$= 1{,}42 \, . \, 0{,}5774 \, H^{5/2} = 0{,}82 \, H^{5/2} \ m^3/det$$ bila H dalam meter.

$\therefore$ K = 0,82 dan n = 2,5

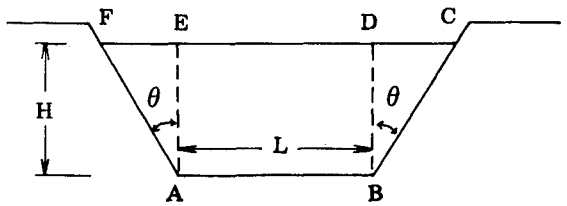
$Q = 0{,}82 \ h^{5/2}$ dan $dQ = 2{,}5 \, . \, 0{,}82 \ h^{1.5} \ dh$

$$\frac{dQ}{Q} = 2{,}5 \, . \, \frac{1{,}8}{180} = \frac{2{,}5}{100}$$

Kesalahan Q = 2,5 %

"Ambang Trapezoidal"

IX.7. Sebuah ambang trapezoidal mempunyai lebar L dan sisi-sisinya membuat sudut θ dengan garis vertikal.
Buatlah rumus untuk debiet pengaliran air melalui ambang tersebut di atas :



Gb. IX-5

Jawab:

Pada gambar IX.5 terlihat bahwa penampang di atas ambang terdiri dari segi empat panjang ABDE dengan lebar L,

dan 2 segitiga AEF dan BDC yang kedua-duanya bila disatukan merupakan ambang tajam dengan sudut 2θ.
Dari soal no. 9.1 didapat:
Debiet aliran teoritis melalui ambang segi empat panjang:

$$Q_1 = \frac{2}{3} L \sqrt{(2g)} \, H^{3/2}$$

Dari soal No. IX.5
Debiet aliran melalui ambang segitiga :

$$Q_2 = \frac{8}{15} \sqrt{(2g)} . \tan \theta \ H^{5/2}$$

Jumlah debiet aliran teoritis

$$= \frac{2}{3} \sqrt{(2g)} \, LH^{3/2} + \frac{8}{15} \sqrt{(2g)} \tan \theta \, . \, H^{5/2}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{(2g)} H^{3/2} \left(L + \frac{4}{5} \tan \theta . H\right)$$

Debiet aliran sebenarnya $= C_d \frac{2}{3} \sqrt{(2g)} \, H^{3/2} \ (L + \frac{4}{5} \tan \theta . H)$

IX.8. Apakah yang disebut ambang Cipoletti itu? dan apakah kebaikan-kebaikannya? Sebuah ambang trapezoidal yang berkontraksi penuh mempunyai koefisien pengaliran sebesar 0,623 dan lebar ambang L.
Hitunglah besarnya sudut θ yaitu sudut pinggir ambang, bila debiet alirannya dengan tinggi sebarang H (H = tinggi air di atas ambang) sama besarnya seperti debiet aliran yang dihitung dengan rumus Francis untuk ambang segi empat panjang dengan lebar L dan tidak ada kontraksi.

Jawab:

Ambang Cipolleti ialah ambang trapezoidal dengan kontraksi penuh yang dibuat sedemikian rupa sehingga aliran melalui bagian yang berbentuk segitiga sama dengan besarnya kehilangan debiet pada ambang segi empat panjang yang mempunyai kontraksi pada sisi-sisinya, yang mempunyai lebar dasar yang sama.
Jadi ambang Cipolleti adalah sama dengan ambang segi-

empat panjang tanpa terjadi kontraksi pada sisi-sisinya. Rumus Francis untuk ambang dengan kontraksi penuh ialah:

$$Q = 1{,}84\,(L - 0{,}2H)\,H^{3/2}$$

Bila tidak ada kontraksi

$$Q = 1{,}84\,LH^{3/2}$$

Jadi kehilangan debiet aliran karena kontraksi pada sisi-sisinya =

$$1{,}84 \,.\, 0{,}2\,H^{5/2}$$

Bila ambang cipolletti berfungsi seolah-olah ambang segi-empat panjang tanpa kontraksi pada sisi-sisinya; maka dengan memperhatikan gambar IX-5 terlihat bahwa :

Tambahan debiet aliran melalui segitiga AFE dan BDC = kehilangan debiet aliran disebabkan kontraksi pada sisi-sisinya.

Dari Soal IX-5

Aliran melalui segitiga = $C_d \cdot \frac{8}{15}\sqrt{(2g)}\tan\theta \,.\, H^{5/2}$

sehingga $0{,}623 \times \frac{8}{15}\sqrt{(2g)}\tan\theta \,.H^{5/2} = 1{,}84.0{,}2H^{5/2}$

$$\tan\theta = \frac{1{,}84 \,.\, 0{,}2 \,.\, 15}{0{,}623 \,.\, 8\sqrt{(2g)}} = \frac{1}{4} \rightarrow \theta = 14°2'$$

IX.9. Buatlah sketsa dari aliran air yang disebut:

a. Nappe tertekan (depressed nappe)
b. Nappe tenggelam (drowned nappe)
c. Nappe melekat (clinging nappe)

Yang mana nama-nama itu diberikan kepada sisi-sisi debiet aliran. Bagaimana pengaruh dari kejadian di atas terhadap aliran : melalui ambang ?

Jawab:

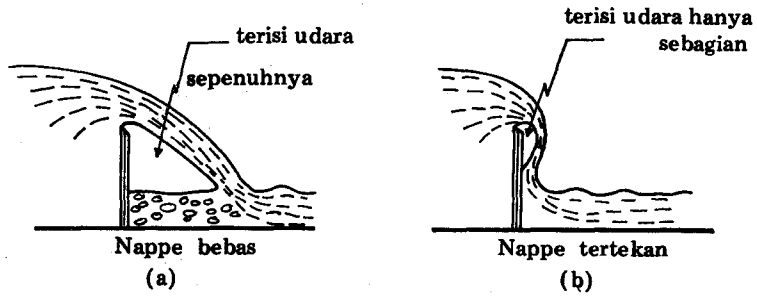
Untuk hasil pengukuran yang tepat bagi aliran melalui

ambang hendaknya aliran meloncat dan bebas dari pengaruh ambang seperti pada gambar IX-6 (a) dan ruangan di bawah nappe hendaknya dialiri udara dan mempunyai tekanan sama dengan tekanan atmosfir.

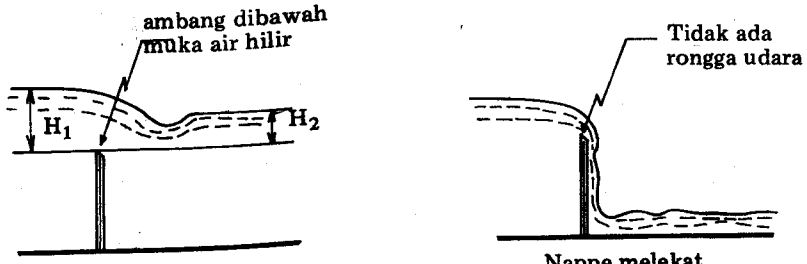
"Nappe tertekan" terlihat pada gambar IX.6(b) Ruangan antara ambang dan nappe hanya sebagian terisi udara sehingga nappe tidak meloncat secara sempurna. Debiet aliran lebih besar 8 sampai 10% daripada dengan nappe yang bebas.

"Nappe tenggelam" tinggi air dihilir lebih tinggi dari ambang seperti terlihat pada gambar IX-6(c).

Debiet alirannya tergantung dari perbandingan antara H_1 terhadap H_2 dan dapat dihitung dengan rumus $Q = 1{,}84\,KLH_1^{3/2}$ di mana K = konstanta, L adalah lebar ambang, asal saja perbandingan $H_2/H_1 \leqslant 0{,}22$ yang membawa kesulitan dalam hal ini ialah gelombang-gelombang di hilir ambang. "Nappe melekat" terlihat pada gambar IX-6(d), tidak terdapat ventilasi antara nappe dengan ambang. Debiet aliran naik sebesar 20 sampai 30 percent dari keadaan dengan nappe bebas.



Gb. IX - 6.



Soal - Soal

1. Dengan menggunakan rumus Francis, tentukan panjangnya ambang bila Debiet alirannya sebesar 125.000 m^3/hari dan tinggi air di atas ambang tidak boleh melebihi 0,6 m. Dianggap bahwa ambang mempunyai kontraksi penuh.
   (1,81 m)

2. Dengan menggunakan ruang Francis tentukan debiet aliran melalui ambang persegi panjang yang lebarnya 0,9 m dengan tinggi air di atas ambang 75 mm dan 150 mm. Perhitungan dilakukan berdasarkan:
   (a) Tidak ada kontraksi; (b) ada kontraksi pada satu sisinya; (c) terdapat kontraksi pada dua sisi.
   (34,96, 33,7, 94,4, 33,4, 92.6 dm^3/detik)

3. Sebuah ambang yang lebarnya 9 m mempunyai koefisien Bazin = 0,415. Aliran yang dikehendaki melalui ambang sebesar 5,72 m^3/detik. Hitunglah tinggi air di atas ambang.
   (0,492 m)

4. Sebuah ambang persegi empat lebarnya 0,9 m, tinggi air di atas ambang 0,2 m dan tinggi ambang di atas dasar saluran 0,15 m. Bila lebar saluran 1,2 m, hitunglah debiet aliran, bila kecepatan aliran diudik ambang tidak diabaikan.
   Pergunakan rumus Francis yang telah diubah sesuai dengan keperluannya.
   (148 dm^3/detik)

5. Turunkan rumus Francis apabila C_d = 0,623, air mengalir melalui ambang tajam persegi panjang. Bila diperhitungkan kecepatan air mendekati ambang dengan bentuk rumus.

   $$Q = 1{,}84\ B\ (H + h)^{3/2} - h^{3/2}$$

   di mana B = lebar ambang, H = tinggi air di atas ambang. h = tinggi enersi kinetis mendekati ambang sebelah udik. Hitunglah besarnya debiet bila lebar ambang 0,75 m dengan tinggi air di atas ambang 0,38 m dan ambang berada 0,5 m di atas dasar saluran.
   (0,334 m^3/detik)

6. Sebuah ambang tajam yang tingginya 0,9m terbentang penuh melintang di dalam saluran berbentuk persegi panjang yang lebarnya 6 m. Di dalam saluran itu mengalir air sebesar 2,83 m^3/detik. Tentukan dalamnya air diudik ambang dengan menggunakan rumus Francis.
   (1,30 m)

7. Turunkanlah rumus untuk debiet aliran air melalui ambang berbentuk V dan dinyatakan dalam H (tinggi air di atas ambang). Pergunakanlah rumus di atas untuk menghitung debiet aliran melalui ambang berbentuk V dengan sudut 90° dan tinggi air di atas ambang 0,2 m, bila koefisien pengaliran = 0,6.
   (25,3 dm^3/detik)

8. Turunkanlah rumus untuk debiet aliran melalui ambang berbentuk V dinyatakan dengan sudut θ dan H. Hitunglah sudut θ bila debiet aliran sebesar 0,41 m^3/detik dengan tinggi air di atas ambang sebesar 0,6 m bila C_d = 0,6.
   (91°24′)

9. Sempurnakan rumus Cd x $\frac{8}{15}$ tan θ $\sqrt{(2g)}$ $H^{5/2}$ untuk aliran dinyatakan dengan m^3/detik melalui ambang berbentuk V bila sudutnya sebesar 2 θ.

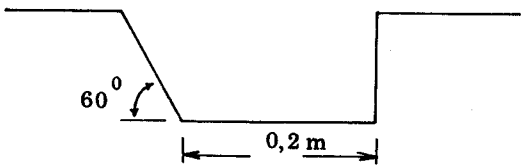
Hitunglah besarnya debiet aliran, bila tinggi air di atas ambang 0,375 m; $\theta = 45^\circ$ dan $C_d = 0,6$. Bila debiet aliran dikehendaki mempunyai ketelitian 2% ke atas dan ke bawah, Berapakah batas-batas harga untuk tinggi air di atas ambang?

(0,122 m^3/d, 0,372 m, 0,378 m)

10. Turunkanlah suatu rumus untuk debiet aliran melalui ambang V yang mempunyai sudut 2θ dan tinggi air di atas puncak ambang = h.
Pada suatu percobaan aliran melalui ambang V dengan sudut 90° airnya ditampung di dalam tangki berbentuk silinder dengan garis tengah sebesar 0,9 m. Diperoleh dalam waktu 16,8 detik tinggi air naik setinggi 0,685 m. Bila tinggi air di atas ambang tetap sebesar 0,2 m, tentukan besarnya koefisien alirannya.

(0,615)

11. Berapakah besarnya debiet aliran teoritis dalam m^3/ detik untuk aliran melalui ambang seperti terlihat pada gambar IX-7 bila tinggi air di atas ambang sebesar 0,15 m.



Gambar IX-7

(0,0403 m^3/detik)

13. Sebuah ambang berbentuk trapezoidal seperti yang dianjurkan oleh Cipolletti, mempunyai lebar dasar 1,8 m dan koefisien aliran sebesar 0,623.
Dengan menggunakan rumus Francis untuk ambang segi empat panjang berbentuk $Q = 1,84\ (B - (nH/10)\ H^{3/2}$ tentukan besarnya sudut-sudut sisi ambang untuk koefisien pengaliran yang tetap besarnya dan dapatkan persamaan debiet aliran untuk ambang Capolletti bentuk rumus $Q = KH^{3/2}$. Bila tinggi air yang diam di atas ambang setinggi

0,38 m, berapakah besarnya aliran dalam m^3/detik.

(0,78 m^3/detik).

BAB X

TENAGA JET (PANCARAN)

Hukum Newton untuk suatu gerakan dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Sebuah benda akan tetap berada pada keadaan yang sama yaitu diam atau bergerak dengan kecepatan beraturan dalam garis lurus sampai sesuatu pengaruh terjadi akibat gaya luar.
2. Derajat perubahan momentum dari suatu benda adalah sebanding dengan gaya yang bekerja terhadap benda itu dan arahnya sama dengan arah gaya yang sedang bekerja.
3. Terhadap setiap gerakan terdapat reaksi dan aksi yang besarnya sama.

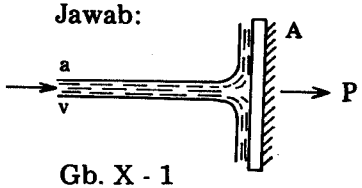
   Jadi bila aliran air menerjang suatu permukaan atau berubah arahnya karena pengaruh baling-baling kincir atau kecepatannya berubah baik besarnya maupun arahnya, maka ini berarti

ada gaya yang sama besarnya dengan arah yang berlawanan. Besarnya gaya sama dengan perubahan momentum dari aliran air.

Hantaman air di atas permukaan rata.

X.1. Turunkanlah rumus untuk gaya yang disebabkan oleh pancaran cairan yang menghantam suatu pelat datar tegak lurus. Bila pancaran itu keluar dari suatu pipa dengan garis tengah 50 mm menghantam tegak lurus kepada sebuah pelat dengan kecepatan 6,3 m/detik, hitunglah tenaga air yang menghantam pelat itu.

Jawab:



Gb. X - 1

Pada gambar X-1 terlihat pancaran air dengan kecepatan V menghantam pelat A, dengan luas penampang = a dan mempunyai kerapatan massa sebesar ρ.

Pancaran air mengenai pelat tidak membalik tetapi mengalir ke samping pelat itu. Momentum tegak lurus ke atas pelat dimusnahkan karena hantaman, jadi:

Volume air menghantam pelat tiap detik = av. Massa air yang menghantam pelat tiap detik = ρav.
Kecepatan permulaan tegak lurus ke arah pelat = v.
Kecepatan akhir pada saat menghantam pelat = 0.
Perubahan kecepatan = v.

Gaya yang bekerja pada pelat = perubahan momentum dari jet (pancaran).
= massa/detik x perubahan kecepatan.

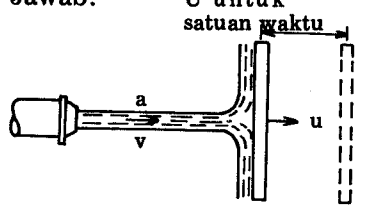
$$p = \rho av \times v = \rho av^2 .$$

Bila $\rho = 10^3$ kg/m^3 ; a = $\frac{1}{4}\pi (0{,}05)^2$ m^2 ; v = 6,3 m/detik.

maka p = $10^3 \times \frac{1}{4}\pi (0{,}05)^2 \times 6{,}3^2$ = 78 Newton.

X.2. Sebuah pancaran air yang memancar dari sebuah ujung pipa dengan kecepatan v, menghantam sebuah pelat tegak lurus yang bergerak searah dengan pancaran air dengan kecepatan v.
Bila luas penampang pancaran air sebesar a, hitunglah gaya yang bekerja pada pelat.
Bila diketahui garis tengah air sebesar 22,5 cm, sedang pelat bergerak dengan kecepatan 0,6 m/detik, debiet aliran = 0,14 m^3/detik, berapakah besarnya gaya dan kerja yang bekerja di atas pelat tiap detiknya ?

Jawab:



Gb. X-2.

Dari gambar dapat terlihat bahwa panjangnya pancaran semakin panjang, sebagian dari pancaran dipakai untuk memperpanjang pancaran air itu, jadi mengurangi jumlah massa air yang meng hantam pelat.

Massa cairan keluar dari ujung pipa/detik = av.ρ
Bila pelat bergerak sejauh u maka volume air pada pancaran a bertambah dengan au.
Jadi :

Massa cairan untuk memperpanjang pancaran air/detik = au.ρ
Massa cairan menghantam pelat/detik = a(v — u).ρ
Kecepatan semula dari pancaran = v.
Kecepatan akhir dari pancaran = kecepatan pelat = u.
Perbedaan kecepatan = v — u.

Gaya pada pelat = perubahan momentum dari pancaran = massa/detik x perubahan kecepatan.

$$P = \rho\, a(v-u)\,(v-u) = a(v-u)^2\,\rho$$

Bila $\rho = 1000$ kg/m^3

$$a = \tfrac{1}{4}\pi (0{,}225)^2 = 0{,}0398 \text{ m}^2$$

$$v = \frac{Q}{a} = \frac{0{,}140}{0{,}0398} = 3{,}52 \text{ m/detik}$$

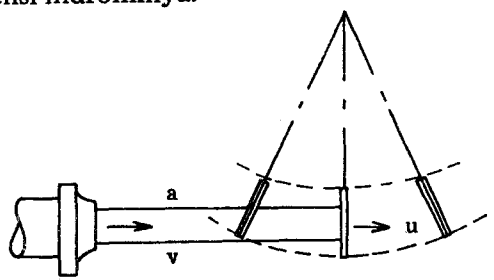
$u = 0{,}6$ m/detik.

Gaya pada pelat $P = 1000 \times 0{,}0398\ (3{,}52 - 0{,}6)^2 = 339\text{N}$

Kerja yang bekerja di atas pelat/detik

= gaya x jarak gerakan/detik
= P x u
= 339 x 0,6 = 204 Nm/detik = 204 J/detik.
= 204 W

X.3. Pancaran air yang menghantam sudu, suatu kincir di bagian bawah mempunyai tampang seluas a, sudu-sudu luasnya 0,1 m^2, sedang kecepatan pancaran besarnya 6 m/detik. Kecepatan sudu bergerak ialah sebesar 3 m/detik.
Hitunglah gaya P yang bekerja pada sudu, kerja tiap detik, dan efisiensi hidroliknya.



Gb. X - 3

Jawab:

Karena ada pelat yang berturut-turut pada kincir (Gambar X-3) maka jaraknya dari ujung pipa sampai ke sudu adalah sama.
Dianggap bahwa garis tengah kincir sangat besar sehingga hantaman air selalu tegak lurus pada sudu.

Massa air menghantam sudu/detik = $av.\rho$
Kecepatan permulaan dari air = v.
Kecepatan akhir = kecepatan sudu = u
Perubahan kecepatan ketika menghantam sudu = v-u.

Gaya dari air terhadap sudu = Perubahan momentum dari pancaran air.
= massa/detik x perubahan kecepatan.
$P = \rho\, av\ (v - u)$.

Bila $\rho = 1000$ kg/m^3; $a = 0{,}1$ m^2, $v = 6$ m/detik; $u = 3$ m/detik maka:

$$P = 1000 \,.\, 0{,}1 \,.\, 6 \,.\, 3 = 1800 \text{ Newton.}$$

Kerja/detik = gaya x jarak gerakan/detik
= P . u
= 1800 . 3 = 5400 Nm/detik = 5400 W

$$\text{Efficiency} = \frac{\text{kerja}}{\text{Enersi yang disediakan}}$$

Enersi yang disediakan = Enersi kinetis dari pancaran tiap detik.

E/detik = $\frac{1}{2}(\rho av^3)$

= $1000 \,.\, 0{,}1 \,.\, (\frac{1}{2} \,.\, 6^3) = 10.800$ W

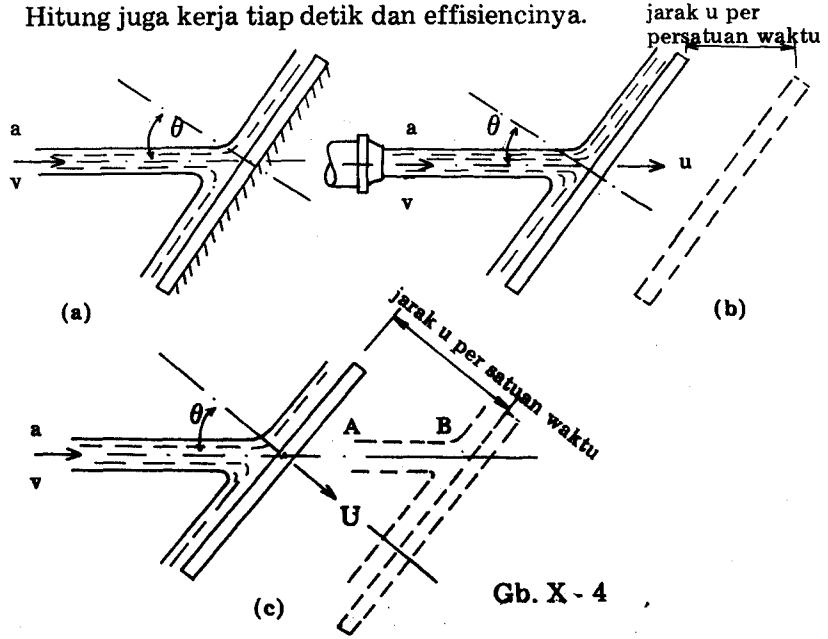
$$\text{Efficiency} = \frac{5400}{10.800} = 50\ \%$$

X.4. Turunkanlah rumus untuk gaya pancaran air dengan garis tengah a menghantam pelat miring dengan sudut θ terhadap garis normal pada pelat, dengan kecepatan v bila,

(a) pelat berada dalam keadaan diam
(b) pelat bergerak dengan kecepatan u searah dengan pancaran.

Bila pancaran air itu bergaris tengah 25 mm, kecepatannya

6 m/detik, menghantam pelat dengan kemiringan 30° terhadap garis normal pada pelat, sedang pelat bergerak dengan kecepatan 1,5 m/detik dengan arah tegak lurus pada pelat; hitunglah gaya normal yang bekerja pada pelat.
Hitung juga kerja tiap detik dan effisiencinya.



Gb. X - 4

Bila pancaran air menghantam pelat miring (gambar X-4a), maka pancaran itu tidak membalik tetapi akan mengalir ke segala arah. Bila pelat itu halus permukaannya dan tidak terjadi gesekan maka aliran itu terbagi sehingga momentum sejajar dengan pelat tidak berubah sedang momentum tegak lurus pada pelat hilang pada waktu hantaman terjadi.

Gaya tegak lurus pada pelat:

= perubahan momentum tegak lurus pada pelat.
= massa air menghantam pelat/detik x perubahan kecepatan tegak lurus pada pelat.

(a) Massa yang menghantam pelat dalam keadaan diam = ρav

Komponen kecepatan semula dari pancaran tegak lurus pada pelat = v cos θ.
Kecepatan akhir setelah menghantam = 0.
Perubahan kecepatan = v cos θ

Gaya tegak lurus pada pelat = massa/detik x perubahan kecepatan tegak lurus pelat.
= ρ av^2 cos θ

(b) Karena pancaran menjadi panjang terus maka hanya sebagian saja dari pancaran itu yang menghantam pelat (gambar X-4b).

Pertambahan panjang pancaran/detik = u.
Massa yang diperlukan untuk memperpanjang pancaran/detik = ρau.

Massa yang meninggalkan pipa/detik = ρav.

Massa yang menghantam pelat/detik = ρ a(v − u).

Komponen kecepatan permulaan tegak lurus pada pelat = v cos θ.
Kecepatan akhir tegak lurus pelat = u cos θ.
Perubahan kecepatan tegak lurus pelat =(v—u) cos θ.
Gaya tegak lurus pelat = hantaman massa air/detik x perubahan kecepatan

= ρ a $(v-u)^2$ cos θ
Lihat gambar x—4 (c)

Massa meninggalkan pipa tiap detik = ρav

Massa yang digunakan untuk memperpanjang pancaran/detik = a x (AB) = $\rho a \dfrac{u}{\cos\theta}$

Massa yang menghantam pelat tiap detik =

$= \rho a \left(v - \dfrac{u}{\cos\theta} \right)$

Komponen kecepatan permukaan tegak lurus pada pelat = v cos θ
Kecepatan akhir tegak lurus pelat = u
Perubahan kecepatan, tegak lurus pelat = v cosθ -u

Gaya tegak lurus pelat = massa/detik x perubahan kecepatan.

$$= \rho\, a\, (v - \frac{u}{\cos\theta})\,(v\cos\theta - u)$$

$$P = \frac{\rho\, a\, (v\cos\theta - u)^2}{\cos\theta}$$

Bila $\rho = 1000$ kg/m^3 ; $a = \frac{1}{4}\pi(0{,}025)^2$ m^2 ; v = 6m/detik; u = 1,5 m/detik

$$P = 1000.\ \tfrac{1}{4}\pi(0{,}025)^2\ \frac{(6\cos 30^\circ - 1{,}5)^2}{\cos 30^\circ} = 7{,}76\ \text{N}$$

Kerja/detik = gaya x jarak/detik

$$= Pu = 7{,}76 \,.\, 1{,}5 = 11{,}7\ \text{W}$$

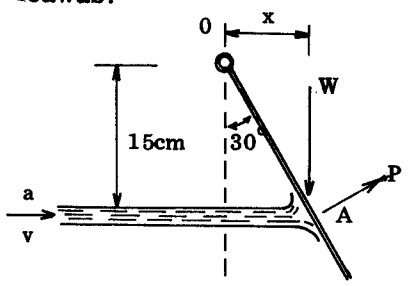
Enersi kinetis tiap detik dari pancaran keluar dari pipa = $\frac{1}{2}(\rho a v^3) = (\frac{1}{2} \,.\, 1000) \,.\, \frac{1}{4}\,\pi\,(0{,}025)^2 \,.\, 6^3$ =

= 53,1 W

$$\text{Efficiency} = \frac{\text{kerja/detik}}{\text{Enersi pancaran/detik}} = \frac{11.7}{53{,}1} = 22\%$$

X.5. Sebuah pelat persegi empat dengan sisi-sisinya 30 cm digantung dengan engsel, bagian atasnya.
Bila air menghantam pelat pada pusatnya maka pelat akan bergoyang dan kemudian diam dengan membuat sudut 30° terhadap garis vertikal.
Pancaran air bergaris tengah 25 mm dengan kecepatan 6m/detik.
Hitunglah massa dari pelat, dan berapa jaraknya antara engsel dengan titik di mana pancaran air mengenai pelat pada posisi miring itu.

Jawab:



Gambar X-5

Lihat gambar X-5.
Luas penampang air
= a = $\frac{1}{4}\pi\,(0{,}025)^2$ m^2
v = 6 m/detik
Masa menghantam pelat tiap detik = ρ av
= 1000 . $\frac{1}{4}\,\pi\,(0{,}025)^2$. 6
= 2,94 kg/detik.

Perubahan kecepatan dari pancaran tegak lurus pelat
= v.sin 60°
= 6 sin 60° = 5,19 m/detik

Gaya tegak lurus pelat = P = massa/detik x perubahan kecepatan tegak lurus pelat

$$= 2{,}94 \,.\, 5{,}19 = 15{,}25\ \text{N}$$

Momen terhadap 0 = P . OA = mgx

$$15{,}25 \,.\, \frac{0{,}15}{\cos 30^\circ} = \text{m x } 9{,}81 \,.\, 0{,}15 \sin 30^\circ$$

$$W = \frac{15{,}25 \,.\, 4}{\sqrt{3}} = 3{,}5\ \text{kg}$$

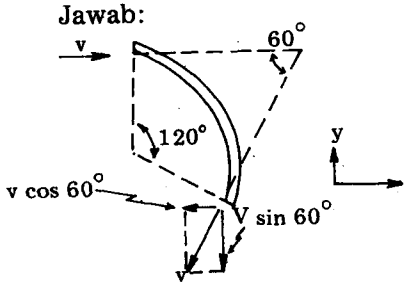
$$\text{Jarak OA} = 0{,}15 \,.\, \frac{2}{\sqrt{3}} = 0{,}173\ \text{m} = 17{,}3\ \text{cm}$$

Gaya pancaran pada sudu yang melengkung

X.6. Pancaran air dengan kecepatan 15 m/detik menghantam dengan arah tangensial sudu yang tetap kedudukannya dan berbentuk busur lingkaran dengan sudut 120°.
Hitunglah besarnya dan arahnya dari reaksi-reaksi gaya pada sudu bila besarnya debiet pancaran 0,45 kg/det, dianggap kecepatan air relatip terhadap sudu adalah tetap.

Bila sudu kemudian bergerak dengan kecepatan 6 m/detik pada arah pancaran, hitunglah berapa daya yang timbul bila debiet pancaran tidak berubah.

Jawab:



Gb. X-6 (a)

Gaya resultante diperoleh dengan menentukan arah dari komponen-komponennya pada arah y dan x, sejajar dan tegak lurus terhadap pancaran.

Pada arah X :
Kecepatan semula = v
Kecepatan akhir = - vcos 60°.

Perubahan kecepatan pada arah x = v(1 + cos 60°) = 15 (1 + cos 60°)

Massa air yang dibiaskan = 0,45 kg/detik

Gaya pada arah x = F_x

F_x = massa/detik yang dibiaskan x perubahan kecepatan pada arah x.

= 0,45 x 15 (1 + cos 60°) = 10,1 N.

Gaya pada arah y = F_y

Kecepatan semula = 0

Kecepatan akhir = - v sin 60°.

Perubahan kecepatan pada arah y = v sin 60° = 15 sin 60°.

Masa air yang dibiaskan = 0,45 kg/s

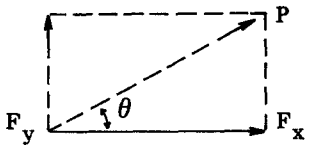
Gaya pada arah y = E_y = 0,45 x 15sin60° = 5,84 N

Dari gambar X.6.(b)

Gaya resultante $P = \sqrt{(F_x^2 + F_y^2)}$

$= \sqrt{(10.1^2 + 5.84^2)} = 11.7$ N

Bila θ = sudut gaya P terhadap pancaran maka



$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{5,84}{10;1} = 0,578;$$

$\theta = 30°$

Gb. X-6(b)

Bila sudu bergerak dengan kecepatan u = 6m/detik pada arah pancaran air, maka pancaran air menjadi lebih panjang u meter/detik.

Bila a = luas penampang pancaran

Massa debiet aliran dari pipa/detik = ρav

Massa yang diperlukan untuk memperpanjang pancaran/detik = ρ au

Massa yang dibiaskan oleh sudu/detik = ρ a(v-u) = m

$$= \frac{v - u}{v} \text{ x massa dari debiet aliran dari pipa/detik}$$

$$= \frac{15-6}{15} \text{ x } 0,45 = 0,27 \text{ kg/detik}$$

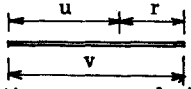
Kecepatan absolut semula pada arah pancaran = v. Pada saat akan menghantam sudu kecepatan relatif air $v_r = v - u$, relatif terhadap sudu, yang harganya tetap, sehingga pada mulut pipa :

Kecepatan relatif terhadap sudu = $v_r = v - u$

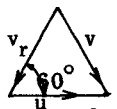
Komponen v_r pada arah x = $-(v - u) \cos 60°$

Kecepatan sudu pada arah x = u

Komponen kecepatan absolut pada saat keluar sudut pada arah x = $u - (v - u) \cos 60^0$



Segitiga gaya pada jalan masuk



Segitiga gaya pada jalan keluar

Segitiga gaya pada jalan masuk. Segitiga gaya pada jalan keluar

Gambar X-6 (c)

Segitiga kecepatan yang ada hubungannya dengan peristiwa di atas terlihat pada gambar X-6(c).

Perubahan kecepatan absolut pada arah X = v — u + (v-u) cos 60°.

Gaya pada arah gerakan sudu = F_X

= m(v-u) (1+cos 60°.)

= 0,27(15 - 6). 1,5 = 3,65N

Kerja setiap detik = gaya pada arah gerakan x kecepatan sudu

= F_X . U

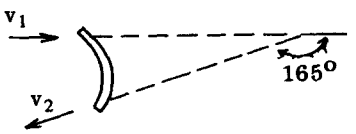
= 3,65 . 6 = 21,9 W

X.7. Sebuah pipa bergaris tengah 15 mm memancarkan air dari sumber air dengan tinggi permukaan 30 m di atas sumbu pipa itu, koeffisien pengaliran c_V = 0,97.
Pancaran air itu menghantam sudu seperti terlihat pada gambar X-7.
Sudu berada dalam keadaan diam. Air meluncur pada pelat sudu secara tangensial kemudian membelok 165°

Hitunglah gaya pada sudu pada arah pancaran

(a) Bila tidak ada gesekan
(b) Bila ada gesekan di mana air meninggalkan sudu dengan kecepatan 0,8 kali kecepatan semula.

Jawab:



Gb. X-7

Kecepatan semula $v_1 = c_V\sqrt{2gh}$

$v_1 = 0{,}97\sqrt{2g \times 30} =$

= 23,5 m/detik.

Kecepatan akhir pada arah pancaran = $v_2 \cos 165°$

Perubahan kecepatan pada arah pancaran:

= $v_1 - v_2 \cos 165°$

= $v_1 + v_2 \cos 15°$

Massa yang dibiaskan sudu/detik = ρ av_1

a = luas penampang pancaran air

M = 1000. ¼ π $(0{,}015)^2$. 23,5 = 4,14 kg/detik

Gaya pada arah pancaran :

= Massa yang terbias/detik x perubahan kecepatan pada arah pancaran.

= M ($v_1 + v_2 \cos 15°$)

(a) Bila tidak ada gesekan

$v_1 = v_2$ = 23,5 m/detik

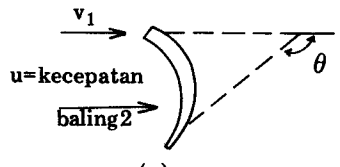
Gaya pada arah pancaran = 4,14 . 23,5 (1 + cos 15°) = 191 N

(b) Bila: $v_2 = 0{,}8\ v_1$

Gaya pada arah pancaran = 4,14 . 23,5 (1 + 0,8 cos 15°) = 173 N

X-8. Sebuah pancaran air bergaris tengah 75 mm dengan kecepatan 12 m/detik menghantam sudu yang bergerak dengan kecepatan 4,8 m/detik pada arah pancaran: Pancaran menghantam sudu dengan arah tangensial dan dibiaskan 120°. Hitunglah :

(a) gaya pada arah pancaran.
(b) kerja/detik pada sebuah sudu yang bergerak pada garis lurus.
(c) kerja/detik pada sederetan sudu-sudu dari kincir yang besar.



(a)

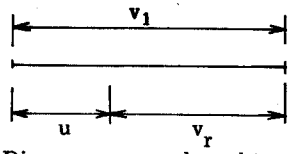


Diagram gaya pada waktu masuk baling-baling (Diagram kecepatan)

(b)

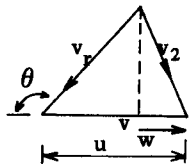


Diagram kecepatan pada waktu meninggalkan baling-baling

(c) Gb. X-8

Lihat gambar X-8

v_1 = kecepatan absolut pada waktu masuk

u = kecepatan sudu bergerak

v_r = kecepatan relatif dari air terhadap sudu.

Dari gambar X-8 (b) $v_r = v_1 - u$

v_1 = kecepatan absolut waktu air keluar.

Bila tidak ada gesekan, kecepatan relatif ketika keluar = kecepatan relatif ketika masuk = v_r

Untuk menghitung gaya pada arah pancaran, maka kita perlu mencari besarnya gaya komponen dari kecepatan absolut v_2 pada arah pancaran yang sama dengan v_w.

Dari gambar X-8(c) terlihat $v_w = u - v_r \cos(180^0 - \theta)$.

Perubahan kecepatan absolut pada arah pancaran :

$= v_1 - v_w$

$= v_1 - u + v_r \cos(180^0 - \theta)$

$= v_1 - u + (v_1 - u)\cos 60^\circ$

$= (v_1 - u)(1 + \cos 60^\circ)$

(a) Untuk sebuah sudu yang bergerak, pancaran air terus

bertambah panjang dengan kecepatan u m/detik.

Massa yang dibiaskan/detik $= \rho a(v_1 - u)$

$\therefore$ Gaya pada arah pancaran

= massa yang dibiaskan/detik x perubahan kecepatan

$= \rho a\,(v_1 - u)^2\,(1 + \cos 60^\circ)$

Bila $\rho = 1000$ kg/m^3; $a = \frac{1}{4}\pi\,(0{,}075)^2$ m^2,

$v_1 = 12$ m/detik; $u = 4{,}8$ m

Gaya pada arah pancaran $P = 1000 \cdot \frac{1}{4}\pi(0{,}075)^2 \times (12 - 4{,}8)^2 \cdot (1 + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}\pi \cdot 5{,}63 \cdot 52 \cdot 1{,}5 = 343$ N

(b) Kerja per detik pada sebuah sudu saja :

= gaya x kecepatan sudu

$= P \cdot u = 343 \cdot 4{,}8 = 1645$ W

(c) Untuk sederetan baling-baling dari kincir, panjang pancaran adalah tetap.

Massa dibiaskan oleh sudu tiap detik $= av_1$

Gaya pada arah pancaran $= \rho\, av_1(v_1 - u)\,(1+\cos 60^\circ)$

Kerja tiap detik $= \rho a\, v_1 (v_1 - u)(1 + \cos 60^\circ)\, u$

$= 1000 \cdot \frac{1}{4}\pi \cdot (0{,}675)^2 \cdot 12 \times 7{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot 4{,}8$

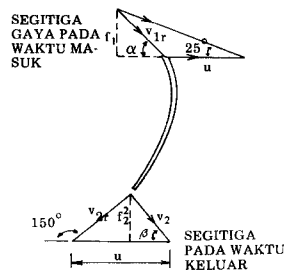
$= 2740$ W.

X.9. Sebuah pancaran air dengan debiet aliran 22,5 kg/detik dan mempunyai kecepatan 21 m/detik menghantam sudu-sudu pada sebuah kincir yang bergerak dengan kecepatan 12 m/detik dan dibiaskan 25° terhadap arah pancaran oleh baling-baling.
Tentungkan sudut masuk pada sudu agar air yang datang tidak mengakibatkan hentakan tetapi mengalir dengan licinnya tanpa gangguan.

Bila air meninggalkan baling dengan sudut 100° terhadap arah gerakan sudu (bila sudu berada dalam keadaan diam), hitunglah gaya pada arah ini, bila dianggap semua air tenaganya tidak ada yang hilang dan bila kecepatan relatif terhadap baling berkurang 20% pada saat melalui baling. Buatlah skemanya dari hal tersebut di atas.

Jawab:

Bila air masuk tanpa hentakan maka kecepatan relatif pada waktu masuk = v_r, haruslah arahnya tangensial terhadap sudu dengan sudut α terhadap arah gerakannya (lihat gambar X — 9).



v_1 = kecepatan absolut pancaran yang datang.
u = kecepatan baling
v_{1r} = kecepatan relatif pancaran pada waktu masuk.
v_{2r} = kecepatan relatif air ketika keluar
v_2 = kecepatan absolut air ketika keluar.

Gb. X — 9

(u = 12 m/detik)

Dari segitiga gaya pada waktu masuk :

$f_1 = 21 \sin 25° = 8{,}9$ m/detik

$$\tan \alpha = \frac{f_1}{21 \cos 25° - 12} = \frac{8{,}9}{7{,}0} = 1{,}265$$

Sudut sudu untuk rusuk = $\alpha = 51°40'$

Gaya pada arah gerak = massa/detik x perubahan kecepatan pada arah gerak.
Massa dibiaskan tiap detik = 22,5 kg/detik.
Karena sudu berderetan pada kincir maka panjang rata-rata dari pancaran air adalah tetap.

Perubahan kecepatan pada arah gerakan = $v_1 \cos 25° - v_2 \cos \beta$

Untuk memperoleh harga v_2 dan β maka lihat dulu segi tiga gaya pada tempat keluar.

$$v_{2r} = 0{,}8\, v_{1r} = 0{,}8 \frac{f_1}{\sin \alpha} = \frac{0{,}8 \times 8{,}9}{\sin 51°40'} = 9{,}06 \text{ m/detik}$$

$f_2 = v_{2r} \sin 30° = 9{,}06 \sin 30° = 4{,}53$ m/detik

$$\tan \beta = \frac{f_2}{U - v_{2r} \cos 30°} = \frac{4{,}53}{12 - 9{,}06 \cos 30°} = \frac{4{,}53}{4{,}18} = 1.086$$

$\beta = 47°22'$

$$v_2 = \frac{f_2}{\sin \beta} = \frac{4{,}53}{\sin 47°22'} = 6{,}15 \text{ m/detik}$$

Gaya pada arah gerak = $22{,}5(21 \cos 25° - 6{,}15 \cos 47°22') = 22{,}5\ (19 - 4{,}2) = 333$ N

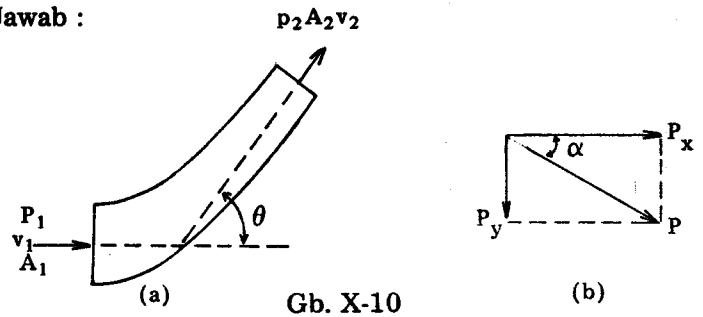
Gaya-gaya pada "Penjempitan Pipa" dan lengkungan.

X.10. Turunkanlah rumus untuk besar dan arahnya gaya resultante pada pipa yang menikung dan menjempit yang diletakkan mendatar yang mengalirkan air dengan berat spesifik w dibiaskan di dalam pipa dengan sudut θ bila pada pipa masuk tekanannya p_1, penampangnya A_1 dan kecepatan aliran v_1 sedang pada pipa keluar harga : di atas adalah p_2, A_2, v_2, debiet alirannya sebesar Q.

Bila garis tengah pipa 600 mm mengalirkan air dari reservoir air dengan tinggi permukaan 30 m di atas garis pusat pipa, sedang kecepatan aliran 3 m/detik, kemudian pipa itu dihubungkan dengan sambungan pipa yang menikung 75°.
Hitunglah besarnya gaya resultante pada tikungan itu.

Jawab:

Jawab :



Gb. X-10

Pada gambar X-10 terlihat bahwa gaya resultante P dapat diperoleh dengan menggabungkan gaya P_x dan P_y seperti terlihat pada gambar X - 10(b).

Gaya yang bekerja pada arah P_x ialah :

Gaya disebabkan oleh p_1 pada arah $P_x = P_1 A_1$

Komponen gaya disebabkan p_2 pada arah $P_x = -P_2 A_2 \cos\theta$

Gaya karena perubahan momentum pada arah P_x

= massa/detik x perubahan-perubahan kecepatan

$= \rho Q(v_1 - v_2 \cos\theta)$

$\therefore P_x = P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos\theta + \rho Q(V_1 - V_2 \cos\theta)$

Gaya-gaya yang bekerja pada arah P_y adalah :

Gaya disebabkan P_2 pada arah $P_y = P_2 A_2 \sin\theta$

Gaya disebabkan perubahan momentum pada arah $P_y = \rho Q v_2 \sin\theta$

$P_y = p_2 A_2 \sin\theta + \rho Q v_2 \sin\theta$

Resultante gaya $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$ dan $\tan = \dfrac{P_y}{P_x}$

Bila $p = p_1 = p_2 = \rho gh = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 30$ N/m²

$a = a_1 = a_2 = \frac{1}{4}\pi \cdot 0{,}6^2 = 0{,}282$ m²

$v = v_1 = v_2 = 3$ m/detik; $Q = av$, $\theta = 75°$

$P_x = (ap + \rho\, av^2)(1 - \cos\theta)$

$= a(p + \rho v^2)(1 - \cos\theta)$

$= 0{,}282\,(1000 \times 9{,}81 \times 30 + 1000 \cdot 9)(1 - \cos 75°)$

$= 0{,}282 \cdot 304000 \cdot 0{,}741 = 63400$ N

$P_y = (pa + \rho\, av^2)\sin\theta = a(p + \rho v^2)\sin\theta =$

$= \rho a\,(gh + v^2)\sin\theta$

$= 1000 \times 0{,}282\,(9{,}81 \cdot 30 + 9)\,0{,}966$ N

$= 82.800$ N

Gaya resultante P pada tikungan $= \sqrt{(P_x^2 + P_y^2)}$

$= \sqrt{(3990 \cdot 10^6 + 6856 \cdot 10^6)}$

$= 104160$ N

$\tan\alpha = \dfrac{P_y}{P_x} = \dfrac{82800}{63400} = 1{,}30 \longrightarrow \alpha = 52°30'$

dan P membagi tikungan menjadi 2 bagian yang sama.

X.11. Sebuah pipa lurus diletakkan mendatar mempunyai garis tengah dari 300 mm menjadi 150 mm. Dengan mengabaikan gesekan, hitunglah gaya longitudinal terhadap pipa, bila pada garis tengah yang besar tekanan airnya sebesar 275 kN/m2 sedang kecepatan airnya 3 m/detik.

Jawab:

Dimisalkan P_1, v_1, A_1 adalah tekanan, kecepatan dan luas penampang pada bagian pipa yang besar sedang. p_2, v_2 dan A_2 adalah besaran-besaran pada bagian pipa yang kecil.

Jadi menurut hukum kesenantiasaan $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$\tfrac{1}{4}\pi \,.\, (0{,}300)^2 .\ 3 = \tfrac{1}{4}\pi .\ (0{,}150)^2 \,.\, v_2$$

$$v_2 = 12 \text{ m/detik}$$

Dengan mengabaikan gesekan dan menggunakan teori Bernoulli maka :

$$\frac{P_1}{W} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} \; ; \; p_2 = p_1 + \tfrac{1}{2}\rho\,(v_1^2 - v_2^2)$$

$$p_2 = 275 \,.\, 10^3 + \tfrac{1}{2} \,.\, 1000\,(3^2 - 12^2)$$

$$= 275 \,.\, 10^3 - 68 \,.\, 10^3 = 207 \,.\, 10^3 \text{ N/m}^2$$

Dari soal no. X.10 bila $\theta = 0$ maka :

$$P = P_X = p_1 A_1 - p_2 A_2 = \rho\, A_1 v_1\, (v_2 - v_1)$$

Bila $p_1 = 275 \,.\, 10^3$ N/m^2; $p_2 = 207 \,.\, 10^3$ N/m^2,

$A_1 = \tfrac{1}{4}\pi \,.\, (0{,}300)^2$ m^2

$A_2 = \tfrac{1}{4}\pi\,(0{,}150)^2$ m^2; $v_1 = 3$ m/detik; $v_2 =$ 12 m/detik.

maka gaya pada arah gerak

$$P = 175 \,.\, 10^3 \,.\, \tfrac{1}{4}\pi(0{,}3)^2 - 207 \,.\, 10^3 \,.\, \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 - 1000 \,.\, \tfrac{1}{4}\pi\,(0{,}3)^2 \,.\, 3 \times 9$$

$$= 19{,}45 \,.\, 10^3 - 3{,}65 \,.\, 10^3 - 1{,}9 \,.\, 10^3$$

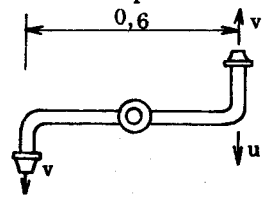
$$= 13{,}9 \ .\ 10 \text{ N}$$

"Reaksi terhadap pancaran"

X.12. **Air memancar dalam arah tangensial dari dua ujung pipa dengan arah yang berlawanan yang mempunyai poros pada tengah-tengahnya dan panjang pipa itu 0,6 m.**

Seperti terlihat pada gambar X-11.

Kecepatan relatif aliran terhadap ujung pipa



V = 6 m/detik sedang garis tengah ujung pipa d = 12,5 mm

Hitunglah :

Gb. X-11

(a) Momen yang timbul bila pipa tidak berputar.
(b) Kerja/detik dan efficiensinya bila pipa berputar dengan kecepatan u.
(c) Bila kecepatan relatif dari aliran air terhadap ujung pipa tetap 6 m/detik. Berapakah besarnya u untuk tenaga maksimum dan berapakah besarnya tenaga kerja per detik dan efisiensinya untuk keadaan ini?

Jawab :

(a) Gaya reaksi pancaran = perubahan momentum
= massa/detik x kecepatan pancaran.

$= \rho\, av^2$ di mana a = luas penampang pancaran.

Gaya yang sama bekerja pada masing-masing ujung pipa akan tetapi arahnya berlawanan.

Momen pemutar = $\rho\, av^2 L$

bila $\rho = 1000$ kg/m^3; $a = \tfrac{1}{4}\pi\, d^2 = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}0125)^2$ m^2,

v = 6 m/detik ; L = 0,6 m

Maka Momen pemutar = $1000 \,.\, \tfrac{1}{4}\pi\,(0{,}0125)^2 \times 36 \times 0{,}6$

= 2,65 N.m.

(b) Bila lengan mempunyai kecepatan sudut sebesar u maka kecepatan absolut pancaran = v - u
Massa aliran tiap detik untuk satu ujung pipa = ρap
Gaya reaksi terhadap pancaran = ρ av (v − u)

Kerja/detik dari satu ujung pipa = gaya x kecepatan ujung pipa.

$= \rho.av(v - u)\, u.$

Jumlah kerja/detik untuk 2 ujung pipa = $2\rho av(v-u)u$.

Kecepatan absolut dari pancaran = $v - u$.

Energi kinetis/detik yang menjadi pancaran =

$= 2 \times \frac{1}{2} \rho av(v-u)^2$

Jumlah Enersi yang keluar tiap detik

= kerja/detik + Enersi kinetis yang hilang.

$= 2\rho av\ [(v-u)u + \frac{1}{2}(v-u)^2]$

$= 2\rho av\ [\ \frac{1}{2}(v^2 - u^2)\ ]$

$$\text{Effisiensi} = \frac{\text{kerja/detik}}{\text{Enersi yang dikeluarkan/detik}} =$$

$$= \frac{2\,\rho\, av(v-u)u}{2\,\rho av\,[\frac{1}{2}(v^2-u^2)]} = \frac{2\,u}{v+u}$$

Tenaga = daya = $2\,\rho\, av(v-u)\,u$

Untuk sesuatu harga v maka tenaga akan maksimum bila $(v - u)\,u$ maksimum.

$$\therefore \frac{d(v-u)u}{du} = v - 2u = 0 \longrightarrow u = \tfrac{1}{2}v = 3 \text{ m/detik}$$

Kerja/detik $= 2\,\rho av(v-u)\,(u)$

$= 2.\,.\,1000\,.\,\tfrac{1}{4}\,\pi\,(0{,}0125)^2 \times 6\,.\,3 \times 3$

$= 13{,}25$ Joule/detik

$$\text{Effisiensi} = \frac{2\,u}{v+u} = \frac{2\,u}{3\,u} = 66\tfrac{2}{3}\ \%$$

X.13. Turunkanlah rumus untuk effisiensi dari kapal bermesin jet di mana air disedot di bagian depan kapal dan dikeluarkan di bagian belakang kapal, nyatakan rumus itu dengan :

u kecepatan kapal

v kecepatan pancaran jet relatif terhadap kapal.

Bila tahanan terhadap gerakan kapal besarnya 22.000 N pada kecepatan 4,5 m/detik, efisiensi pancaran 80% dan efisiensi mekanik dari pompa sebesar 75%, sedang kehilangan hidrolis pada pipa-pipa adalah 5% dari enersi kinetis relatip pada bagian keluar, tentukan:

(a) Kecepatan jet atau pancaran.
(b) Luas penampang pipa pancar
(c) Daya yang diperlukan untuk memutar pompa untuk kecepatan kapal sebesar 4,5 m/detik.

Jawab:

Kecepatan absolut air yang masuk	=	0
Kecepatan air keluar	=	$v - u$
Perubahan kecepatan	=	$v - u$
Massa air dikeluarkan tiap detik	=	ρav

Gaya pendorong kapal = perubahan momentum

$= \rho\ av\ (v - u)$

Kerja/detik dari pancaran = $\rho\ av(v-u)\ u$

Enersi kinetis air pada bagian pemasukan per detik =

$= \frac{1}{2}\,\rho\ avu^2$

Enersi kinetis air pada bagian belakang tiap detik =

$= \frac{1}{2}\,\rho\ avu^2$

Enersi tersedia tiap detik $= \frac{1}{2}\,\rho\ av(v^2 - u^2)$

$$\text{Effisiensi} = \frac{\text{kerja/detik}}{\text{Enersi tersedia/detik}} = \frac{(v-u)u}{\frac{1}{2}(v^2-u^2)}$$

$$= \frac{2\,u}{v+u}$$

(a) Bila u = 4,5 m/detik dan effisiensi = 80% maka

$$0{,}8 = \frac{2u}{v+u} = \frac{2\,.\,4{,}5}{v+4{,}5} \longrightarrow v = 6{,}75 \text{ m/detik}$$

(b) Kerja tiap detik = tekanan x kecepatan kapal

$= 22.000 \cdot 4,5 = 99000$ W

$= \rho\ av(v - u)u$

$$\therefore a = \frac{99000}{1000 \cdot 6,75 \cdot 2,25 \cdot 4,5} = 1,45 \text{ m}^2$$

a = luas penampang pada bagian keluar

(c) Tenaga tersedia $= \frac{1}{2} \rho\ av\ (v^2 - u^2)$

Kehilangan enersi pada pipa-pipa $= 0,05 \frac{v^2}{2g}$

Tenaga yang diperlukan dari pompa =

$= \frac{1}{2} \rho\ av\ [\ (v^2 - u^2) + 0,05\ v^2\ ]$

$= \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 1,45 \cdot 6,75\ [\ (6,75^2 - 4,5^2) + 0,05 \cdot 6,75^2\ ]$

$= 1000 \cdot 4,9\ (25,25 + 2,27) = 134,5 \times 10^3$ W

Bila efficiency mekanik pompa = 75% maka tenaga yang diperlukan untuk memutar pompa =

$= \frac{100}{75} \cdot 134,5 \cdot 10^3$ W $= 179,5$ W

X.14. Sebuah kapal didorong oleh reaksi dari pancaran yang disemburkan ke belakang. Air disedot dari samping kapal.

Turunkanlah rumus untuk :

(a) Efficiency teoritis

(b) Daya yang dipakai oleh pompa-pompa.

Semuanya dinyatakan dengan

s = kecepatan kapal
v = kecepatan relatif pancaran terhadap kapal
w = berat air yang dipompa tiap detik
η = efficiency untuk pompa dan pipa-pipa

Bila luas penampang pancaran 0,65 m^2, kecepatan pancaran 9 m/detik kecepatan kapal 18,5 km/jam; effeiciency mesin = 85%, efficiency pompa 65% dan kehilangan pada pipa-pipa = 10% dari enersi kinetis pancaran.

Hitunglah daya dorong dan efficiency keseluruhan. Berat jenis air laut = 1025 kg/m^3

Jawab:

Massa air laut dipancarkan tiap detik = w/g
Kecepatan absolut dari air yang masuk = 0
Kecepatan absolut air yang keluar = v — s
Perubahan kecepatan = v — s

Gaya dorong $= \frac{w}{g} (v - s)$

Kerja/detik dari pancaran $= \frac{w}{g} (v - s)\ s$

Karena air masuk dari samping kapal maka air masuk tanpa enersi kinetis dan meninggalkan kapal dengan kecepatan v.

Enersi tersedia dari pompa $= \frac{Wv^2}{2g}$

Efficiency teoritis $= \frac{^w/_g(v\text{-}s)s}{(^w/_{2g})\ v^2} = \frac{2s(v - s)}{v^2}$

Tenaga yang dihasilkan pompa $= \frac{Wv^2}{2g}$

Tenaga yang disediakan bagi pompa $= \frac{wv^2}{2g.\ \eta}$

Kecepatan pancaran v = 9 m/detik

Kecepatan kapal s = 18,5 km/jam = 5,16 m/detik

Massa/detik, dipancarkan $= \frac{w}{g} = \rho\ av = 1025 \cdot 0,65 \cdot 9 = 6000$ kg/detik

Gaya dorong = $\frac{w}{g}$ (v − s) = 6000 . 3,84 = 23040 N.

Bila 10% dari enersi kinetis hilang dalam pipa-pipa maka :

Enersi tersedia untuk dipancarkan tiap detik = 1,1 $\frac{wv^2}{2g}$

Efisiensi dari pipa-pipa dan pancaran =

$$= \frac{2s(v-s)}{1{,}1\ v^2}$$

$$= \frac{2.5{,}16.3{,}84}{1.1\ .\ 81}$$

$$= 44.5\ \%$$

Efisiensi keseluruhan = 0,85 . 0,65 . 0,445 = 24,6 %.

Soal - Soal

1. Kinci air yang mempunyai sudu-sudu pelat datar yang dipasang secara radial dijalankan oleh pancaran air yang menghantam pada bagian bawahnya, dengan garis tengah pancaran air 0,3 m. Bila kecepatan air ketika ke luar dari pipa sebesar 7,5 m/detik sedang kecepatan sudu-sudu 4,8 m/detik, berapakah besarnya gaya yang diarahkan oleh pancaran air dan berapakah besarnya kerja tiap detik dan efisiensinya.

   (1433 N; 6,86 kW; 46%).

2. Sebuah pelat datar dihantam pancaran air yang mempunyai garis tengah 50 mm dengan kecepatan 18 m/detik.
   Hitunglah:
   (a) gaya yang bekerja pada pelat
   (b) gaya yang bekerja pada pelat bila pelat itu bergerak dengan kecepatan 6 m/detik pada arah pancaran air.

   (c) Kerja tiap detik dan efisiensinya pada soal (b).

   (636N; 283N; 1698W; 29,6%)

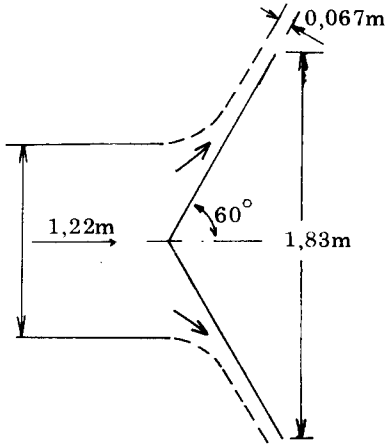
3. Sebuah pelat persegi empat yang beratnya 5,45 kg digantung dengan menggunakan engsel. Pusat gaya berat dari pelat berada 10 cm dari engsel. Pancaran air dengan kecepatan 5,65 m/detik bergaris tengah 25 mm, yang letaknya 15 cm di bawah engsel menghantam pelat itu secara tegak lurus.
   Hitunglah besarnya gaya yang bekerja di tengah-tengah pelat itu agar pelat tetap berada dalam keadaan tegak lurus. Berapakah besarnya perubahan kecepatan air apabila pelat itu berubah kedudukannya dan membentuk sudut 30°, juga berapa besar gaya horisontal yang terus diadakan untuk mempertahankan keadaan ini, yang bekerja pada titik berat dari pelat itu.

   (23,5 N; 2,31 m/detik)

4. Sebuah pancaran air yang bergaris tengah 50 mm dengan kecepatan 18 m/detik menghantam sebuah pelat datar yang membuat sudut 25° terhadap sumbu pancaran air. Hitunglah besarnya gaya normal terhadap pelat bila
   (a) Pelat berada dalam keadaan diam
   (b) Bila pelat bergerak dengan kecepatan 4,5 m/detik pada arah pancaran.
   (c) Tentukan besarnya kerja per detik dan efisiensi dari soal (b)

   (269 N; 151,5 N; 288 W; 5%).

5. Suatu aliran air pada kipas percobaan mengalir melalui pipa berbentuk silinder dan kemudian keluar melalui celah dan keluar ke udara terbuka, celah itu besarnya diatur oleh limas.
   Limas itu mempunyai sumbu yang berimpit dengan sumbu pipa silinder. Besarnya celah dapat diatur dengan merubah kedudukan limas pada arah sumbu datarnya, lihat gambar X-12.



Gb. X-12

Dianggap tidak ada terjadi percampuran antara air dengan udara.
Tekanan pada pipa silinder 113 kN/m^2 sedang tekanan atmosfir besarnya = 10^6 kN/m^2
Hitung besarnya gaya axial yang bekerja pada limas. Pengaruh dari kekentalan dan kemampatan diabaikan.

Berat jenis udara 1,19 kg/m^3 (7,18 kN).

6. Sebuah ujung pipa pemadam kebakaran memancarkan air dengan garis tengah 50 mm. Bila debiet aliran sebesar 85 dm^3/detik, hitunglah reaksi pancaran bila kecepatan air besarnya 10 kali kecepatan air dalam pipa.

   (3320 N)

7. Sebuah mobil tanki menyemprotkan air mendatar ke belakang dengan kecepatan 4,8 m/detik. Bila debiet aliran besarnya 85 dm^3/detik, berapa besarnya gaya yang harus diadakan agar mobil itu tetap diam.
   Bila mobil tangki itu maju ke depan dengan kecepatan 1,8 m/detik dan kecepatan pancaran = 4,8 m/detik relatif terhadap mobil tangki; berapakah besarnya gaya dorong itu?

   (407 N; 407 N).

8. Turunkanlah rumus untuk efisiensi daya dorong bagi kapal bermesin jet di mana air masuk dari depan kapal dan memancar di belakang. Kapal ini memerlukan 15 kW tenaga untuk menggerakan kapal dengan kecepatan 9 m/detik. Bila efisiensi gaya dorong itu besarnya 80%, hitung kecepatan pancaran air, luas penampang pipa masuk dan keluar dan banyaknya air melalui pompa tiap detik.

   (4,5 m/detik; 0,0329 m^2; 0,0219 m^2; 0,296 m^3/detik)

9. Sebuah kapal bertenaga pancar air, menyedot air dengan pipa di tengah-tengah kapal air itu dipancarkan di belakang kapal setelah melalui pompa.
   Pompa memompakan air sebesar 34 m^3/menit, kecepatan air dalam pipa pemancar 9 m/detik sedang kecepatan kapal 4,5 m/detik, berapakah besarnya gaya dorong kapal?

   (2550 N)

10. Pancaran air yang bergaris tengah 6,5 cm^2, mempunyai kecepatan 12 m/detik dibiaskan dengan sudut 135° oleh pelat lengkung. Pelat bergerak dengan kecepatan 4,5 m/detik pada arah pancaran air.
    Bila kehilangan akibat hentakan dan gesekan diabaikan tentukan besarnya kerja tiap detik terhadap pelat.

    (281 W)

11. Pancaran air bergaris tengah 75 mm dan berkecepatan 21 m/detik memancar dengan arah tangensial memasuki sudu yang diam tak bergerak dan membiaskan air itu 120°. Berapakah besarnya gaya resultante pada sudu itu dan arahnya ?
    Bila pancaran air itu menghantam sudu-sudu kincir yang bergerak dengan kecepatan 10,5 m/detik tentukan:
    (a) Gaya yang bekerja pada sistem susunan sudu-sudu pada arah pancaran air.
    (b) Kerja/detik
    (c) Efisiensinya.

    (3375 N; 30°; 1460 N; 15350 W; 75%)

12. Pancaran air yang mempunyai garis tengah 50 mm, dengan kecepatan 24 m/detik menghantam sudu-sudu dengan arah tangensial, bila sudu-sudu diam, air, akan dibiaskan 120°. Hitunglah besarnya gaya resultante terhadap sudu bila
    (a) Sudu diam pada tempatnya
    (b) Bergerak dengan kecepatan 9 m/detik pada arah

pancaran.

(c) Tentukan juga kerja per detik pada sudu dan efisiensinya untuk soal (b)

(1696 N; 1062 N; 9550 W; 70,2 %).

13. Pancaran air, mengalir dengan kecepatan 25 m/detik dengan debiet 20 kg/detik menghantam deretan baling-baling yang bergerak dengan kecepatan 12 m/detik dengan arah 25° terhadap pancaran air.
Tentukan sudut masuk terhadap sudu bila tidak terjadi hentakan. Bila sudut keluar dari sudu 150° terhadap arah dari gerakannya hitunglah gaya pada arah gerakan dan tenaga bila gesekan mengurangi kecepatan air 20% relatif terhadap baling-baling ketika melalui sudu-sudu.

(45°; 381,2 N; 4570 W)

14. Pancaran air bergaris tengah 20 mm dengan kecepatan 36 m/detik dan memasuki deretan sudu-sudu tanpa terjadi hentakan sudu-sudu bergerak searah dengan pancaran air dengan kecepatan 15 m/detik dan bentuknya dibuat sedemikian rupa sehingga akan membiaskan pancaran 150°. Gesekan mengurangi kecepatan air relatif terhadap sudu-sudu dengan 12%, bila air mengalir melalui sudu-sudu.
Hitung (a) Besar dan arahnya gaya resultante terhadap sudu-susu.
(b) Tenaga yang timbul.

(431 N pada 14° terhadap arah pancaran, 6,27 kW)

15. Pipa bergaris tengah 1,00 m dibiaskan 90°, ujung-ujungnya pipa dipaku dengan batang besi tegak lurus terhadap pipa. Bila pipa mengalirkan air dengan debiet 1,78 m^3/detik, hitunglah besarnya tegangan pada batang besi.

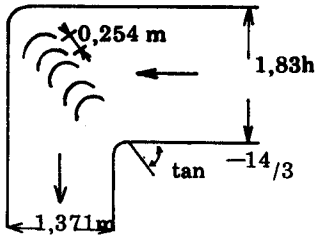
(4010 N)

16. Air mengalir dalam pipa bergaris tengah 0,9 m. Yang dihubungkan oleh penghubung pipa yang mengecil, dengan pipa bergaris tengah 0,6 m. Bila diukur dengan pengukur tekanan pada sebelah ujung udik pipa penghubung tercatat

tekanan sebesar 414 kN/m^2 dan kecepatannya 2,1 m/detik. Tentukan gaya resultante yang bekerja pada pipa penghubung yang mengecil itu, bila dianggap kehilangan tinggi tekanan karena gesekan di dalam pipa penghubung yang mengecil sebesar 1,5 m.

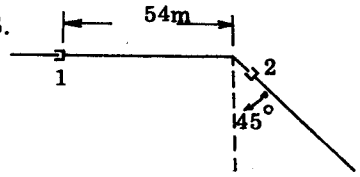
(149,5 kN)

17. Sederetan sudu-sudu pengatur aliran pada suatu terowongan angin dipasang pada sudut terowongan untuk membelokkan aliran dengan sudut siku dan mempercepat aliran dari 13,71 m/detik menjadi 18,3 m/detik.
Tinggi dari terowongan sama dengan tinggi sudu ialah 1,83 m, jadi bentuknya segi empat, sedang lebarnya diudik 1,83 m dan dihilir 1,371 m jarak antara sudu-sudu 0,254 m. Hitunglah besar dan arah gaya pada tiap-tiap sudu. Abaikan pengaruh kekentalan dan dianggap kerapatan udara = 1,29 kg/m^3. Lihat gambar X-13.



Gambar X-13

(156 N pada 36°8′ membuat sudut terhadap aliran yang masuk)

18. 

Gb. X-14

Pada gambar X-14 terlihat gambar sebagian dari pipa yang terletak horizontal dengan garis tengah sebesar 0,3 m.
Tikungannya begitu pendek sehingga dapat diabaikan dan dimasukan sebagai panjang pipa 54 m.

Tinggi tekanan pada (1) = 36 m dan koefisien gesekan = 0,005 sedang kecepatan air dalam pipa = 3,6 m/detik. Kedua ujung pipa (1) dan (2) dapat mengembang dan mengkerut secara bebas pada arah axial.

Hitunglah:

(a) Gaya pada pipa pada arah pipa yang panjangnya 54 m.
(b) Gaya tegak lurus pada pipa yang panjangnya 54 m itu.

(8,77 kN; 17,15 kN)

BAB XI

KEHILANGAN-KEHILANGAN ENERSI PADA PIPA

Cairan yang mengalir di dalam pipa biasanya tidak mempunyai permukaan bebas. Cairan itu akan berada di bawah tekanan, diatas atau di bawah tekanan atmosfir, dan tekanan ini dapat berubah-ubah sepanjang pipa.

Kehilangan enersi pada aliran dalam pipa disebabkan oleh :

(a) Perubahan penampang aliran atau pada tikungan; atau gangguan-gangguan lain yang mengganggu aliran yang normal.
(b) Tahanan gesekan pada aliran.

Kehilangan -kehilangan ini biasanya dinyatakan dengan Nm/N, sebagai kehilangan tinggi tekanan dan ada hubungan dengan kecepatan alirannya.

Bila v = kecepatan aliran dalam pipa, maka tinggi kecepatan $= \frac{v^2}{2g}$,

kehilangan tinggi tekanan =

$= k \left(\frac{v^2}{2g}\right)$ dimana k adalah konstanta.

Kehilangan enersi pada pipa tidak dapat diabaikan. Bila kehilangan-kehilangan tinggi tekanan sudah diketahui maka kehilangan-kehilangan itu dimasukkan kedalam rumus Bernoulli.

"Kehilangan enersi karena perubahan yang mendadak"

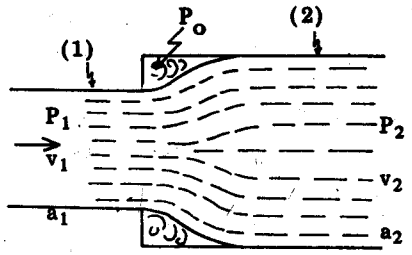
XI. 1. Bila pipa mengalami perubahan mendadak, karena garis tengahnya berubah mendadak menjadi besar maka kehilangan tinggi tekanannya ialah

$\frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$ dimana v_1 adalah kecepatan pada pipa yang kecil

sedang v_2 adalah kecepatan pada pipa yang besar dihilirnya.

Sebuah pipa berubah tiba-tiba garis tengahnya dari 0,5 m menjadi 1 m, bila dilakukan pengukuran dengan pipa U yang berisi air raksa maka terlihat perbedaan tinggi air raksa sebesar 35 mm.

Hitunglah debiet alirannya.



Lihat gambar XI — 1, tekanan di sudut-sudut besarnya p_0. Pada penampang (1) tekanan p_1 kecepatan v_1 dan penampang a_1
Pada penampang (2) tekanan p_2, kecepatan v_2 dan penampang a_2

Gambar XI - 1

Terjadi perubahan momentum atas penampang (1) dan (2) yang disebabkan tekanan-tekanan p_0, p_1 dan p_2

Massa yang mengalir/detik = $\frac{wQ}{g}$

Perubahan kecepatan = $v_1 - v_2$

jadi :

Perubahan momentum = $\frac{wQ}{g}(v_1 - v_2)$

Gaya akibat p_2, berlawanan dengan arah gerak = $p_2 a_2$
Gaya akibat p_1, berlawanan dengan arah gerak = $p_1 a_1$
Gaya akibat p_0, berlawanan dengan arah gerak
$= -p_0 (a_2 - a_1)$
Jumlah gaya berlawanan dengan arah gerak
$= p_2 a_2 - p_1 a_1 - p_0 (a_2 - a_1)$
Besarnya p_0 didapat dari percobaan sama dengan p_1, jadi gaya berlawanan arah gerak $= a_2 (p_2 - p_1)$
= perubahan momentum

$$a_2 (p_2 - p_1) = \frac{wQ}{g}(v_1 - v_2)$$

$$Q = a_2 v_2$$

$$a_2 (p_2 - p_1) = \frac{w a_2 v_2}{g}(v_1 - v_2)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{w} = \frac{v_2 v_1}{g} - \frac{v_2^2}{g} = \frac{2(v_2 v_1 - v_2^2)}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Bila h_L = kehilangan pada pelebaran tiba-tiba, maka dengan menggunakan Hukum Bernoulli :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + h_L$$

$$h_L = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{(p_2 - p_1)}{w}$$

Substitusi persamaan (1) maka :

$$h_L = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{2v_2 v_1 - 2v_2^2}{2g} = \frac{v_1^2 - 2v_2 v_1 + v_2^2}{2g}$$

Kehilangan enersi pada pelebaran tiba-tiba

$$h_L = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Catatan : $a_1 v_1 = a_2 v_2$

$$v_2 = \frac{a_1}{a_2} v_1$$

Jadi $h_L = (1 - \frac{a_1}{a_2})^2 \frac{v_1^2}{2g} = k \frac{v_1^2}{2g}$, kehilangan enersi adalah fungsi dari kecepatan.

Bila perbedaan air raksa = 35 mm dan pipa diatasnya terisi air maka :

Perbedaan tinggi tekanan = 0,035 (13,6 − 1) = 0,442 m air

$$= \frac{p_2 - p_1}{w}$$

dengan menggunakan Hukum Bernoulli maka :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{w} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{2v_2 (v_1 - v_2)}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Hukum kontinuitas dari aliran $\frac{1}{4} \pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 v_2$

$d_1 = 0{,}5\text{m}$; $d_2 = 1{,}00$ m

$$v_2 = (\frac{d_1}{d_2})^2 v_1 \quad ; \quad v_2 = \frac{1}{4} v_1$$

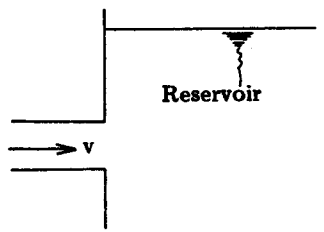
Substitusi pada persamaan (3) maka $\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$

Sedang $\frac{(p_2 - p_1)}{w}$ = 0,442 m air

$$v_1^2 = \frac{8}{3} \cdot 2g \cdot 0{,}442 = 23{,}1 \qquad v_1 = 4{,}8 \text{ m/detik}$$

Debiet aliran air = $a_1 v_1 = \frac{1}{4} \pi (0{,}5)^2 \cdot 4{,}8 = 0{,}94$ m^3/detik.

Kejadian khusus : Bila pipa mengalirkan air kedalam reservoir air yang besar maka kejadiannya sama dengan pelebaran tiba-tiba.



v_1 = kecepatan aliran dalam pipa

v_2 = 0 (kecepatan di reservoir) dari persamaan (2) maka kehilangan enersi melalui lubang tajam = $\frac{v^2}{2g}$

Gambar XI − 2

Bila gigi lubang keluar dibulatkan maka kehilangan enersi jauh berkurang kadang-kadang; kecil sekali dapat diabaikan.

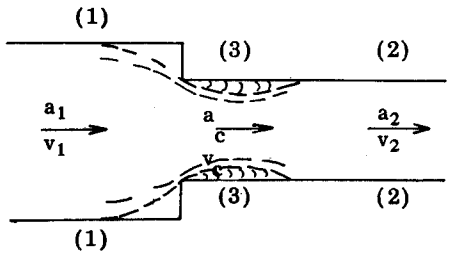
XI. 2. Turunkanlah rumus untuk kehilangan tinggi enersi bila suatu aliran air tiba-tiba mengecil.

Vena kontrakta terjadi pada pipa yang kecil dan diminta rumus itu dinyatakan dengan koefisien kontraksi dan kecepatan aliran pada pipa yang kecil.

Bila besarnya aliran adalah 0,06 m^3/detik sedang pipa mengecil dari garis tengah 200 mm menjadi 150 mm, hitunglah koefisien kontraksinya.

Tinggi tekanan diudik dari kejadian kontraksi besarnya adalah 0,655 meter lebih besar dari pada tinggi tekanan dihilir kontraksi.

Jawab :



Gambar XI − 3

Pada aliran seperti ini akan terjadi vena kontrakta pada potongan 3 − 3.

Kehilangan enersi dari potongan 1 sampai 3 kecil saja, sedang kehilangan dari potongan 3 sampai 2 cukup besar. Biasanya kehilangan antara 1 dan 3 dapat diabaikan saja, dan kehilangan enersi dari 3 ke 2 dianggap kehilangan enersi seperti pada pelebaran tiba-tiba.

Dengan menggunakan persamaan (2) yang terdapat pada soal no. XI − 1, maka :

Kehilangan tinggi enersi = $\frac{(v_c - v_2)^2}{2g}$ ..... (1)

rumus kontinuitas menyatakan $a_2 v_2 = a_c v_c$

Bila koefisien kontraksi = $C_c = \frac{a_c}{a_2}$

$v_c = \frac{a_2 v_2}{a_c} = \frac{1}{C_c} v_2$ bila dimasukkan pada persamaan (1) di atas maka :

Kehilangan enersi pada kontraksi tiba-tiba =

$$(\frac{1}{C_c} - 1)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

Meskipun luas dari pipa yang besar tidak tampak pada rumus di atas tetapi harga C_c tergantung dari perbandingan a_1/a_2

Dengan menggunakan rumus Bernoulli maka :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{1}{C_c} - 1 \right)^2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{v_2^2}{2g} \left[1 + (\frac{1}{C_c} - 1)^2 \right] - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = 0{,}655 \text{ m}$$

$$v_1 = \frac{Q}{a_2} = \frac{2}{\frac{1}{4}\pi (0{,}2)^2} = 1{,}91 \text{ m/detik}$$

$$v_2 = \frac{Q}{a_2} = \frac{2}{\frac{1}{4}\pi (0{,}15)^2} = 3{,}4 \text{ m/detik}$$

Jadi : $0{,}655 = \frac{(3{,}4)^2}{2g} [1 + (\frac{1}{C_c} - 1)^2] - \frac{(1{,}91)^2}{2g}$

$$12{,}86 = 11{,}6 [1 + (\frac{1}{C_c} - 1)^2] - 3{,}65$$

$$1 + (\frac{1}{C_c} - 1)^2 = \frac{16{,}51}{11{,}60} = 1{,}39$$

$$(\frac{1}{C_c} - 1)^2 = 0{,}39$$

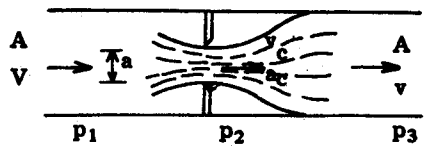
$$(\frac{1}{C_c} - 1) = 0{,}625; \quad \frac{1}{C_c} = 1{,}625$$

Koefisien kontraksi = $C_c = 0{,}615$

Hal khusus ;

Bila pertemuan pipa dan reservoir air itu tajam (tidak dibulatkan) hal ini sama kejadiannya dengan kontraksi tiba-tiba pada pipa yang berukuran tak terbatas kepada pipa biasa. Kehilangan tinggi enersi pada ambang tajam = $\frac{1}{2} (\frac{v^2}{2g})$ dimana v adalah kecepatan pada pipa.

XI. 3. Turunkanlah rumus untuk kehilangan enersi bila cairan mengalir melalui lubang pengukur aliran yang dipasangkan di dalam pipa seperti terlihat pada gambar XI. 4.



Gambar XI — 4

A = luas penampang pipa
v = kecepatan aliran dalam pipa
p_1 = Tekanan dalam pipa
a = luas penampang lubang pengukur
v_c = kecepatan pada vena kontrakta
a_c = luas penampang vena kontrakta
p_2 = tekanan pada vena kontrakta
p_3 = tekanan di hilir lubang pengukur
C_c = koefisien kontraksi

Jawab :

Luas Vena kontrakta $a_c = C_c$ a sedang kecepatannya adalah v_c, kehilangan enersi terjadi dari daerah vena kontrakta sampai hilirnya dimana aliran kembali normal.

Kejadian di atas dianggap sebagai pelebaran tiba-tiba :

Kehilangan tinggi enersi = $\frac{(v_c - v)^2}{2g}$

Hukum kontinuitas $a_c \cdot v_c = Av$

karena $a_c = C_c\, a$, maka $v_c = \frac{A}{a_c}\, v = \frac{A}{C_c\, a} \cdot v$

jadi kehilangan enersi =

$$\frac{\left(\frac{A}{C_c\, a}\, v - v\right)^2}{2g} = \left(\frac{A}{C_c\, a} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

XI. 4. Sebuah alat pengukur aliran dalam pipa mempunyai lubang di tengahptengahnya dengan diameter 75 mm ditempatkan dalam pipa yang bergaris tengah 150 mm.
Kecepatan air di dalam pipa 0,27 m/detik. Hitunglah perbedaan tekanan (a) antara sadapan air sebelah udik alat pengukur dengan sadapan air sebelah hilir alat pengukur (b) antara sadapan air sebelah udik alat pengukur dengan sadapan di hilir vena kontrakta, bila $C_c = 0{,}55$

Jawab :

Kehilangan enersi terjadi di hilir vena kontrakta pada soal (a) maka tidak perlu dihitung kehilangan enersi sedang penyadapan dilakukan di tempat vena kontrakta.
Dari gambar 11.4 dengan menggunakan persamaan Bernoulli pada tempat di udik penyadapan dan di vena kontrakta, dan kehilangan enersi diabaikan maka :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_c^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{1}{2g}\,(v_c^2 - v^2)$$

$a_c v_c = Av$; $a_c = C_c\, a$

$$v_c = \frac{A}{C_c\, a}\, v$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{v^2}{2g}\left[\left(\frac{A}{C_c\, a}\right)^2 - 1\right]$$

$v = 0{,}27$ m/detik, $\frac{A}{a} = \frac{\frac{1}{4}\pi\,(0{,}15)^2}{\frac{1}{4}\pi\,(0{,}075)^2} = 4$; $C_c = 0{,}55$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{(0{,}27)^2}{2g}\left[\left(\frac{4}{0{,}55}\right)^2 - 1\right]$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{0{,}073 \,.\, 52}{2g} = 0{,}194 \text{ m tinggi air}$$

(b) Menggunakan persamaan Bernoulli untuk daerah di udik penyadapan dan di daerah penyadapan di hilir vena kontrakta, sedang kehilangan enersi tidak diabaikan karena perubahan tiba-tiba, maka :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_3}{w} + \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}\left[\frac{A}{C_c\, a} - 1\right]^2$$

$$\frac{p_1 - p_3}{w} = \frac{v^2}{2g}\left(C_c \frac{1}{\frac{A}{a}} - 1\right)^2 = \frac{0{,}27^2}{2g}\left(\frac{4}{0{,}55} - 1\right)^2$$

$$= \frac{0{,}073 \,.\, (7{,}27 - 1)^2}{2g} = 0{,}147 \text{ m tinggi air}$$

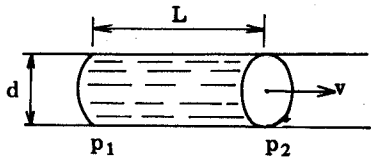
"Kehilangan enersi karena gesekan"

XI. 5. Turunkanlah rumus kehilangan tinggi enersi akibat gesekan antara cairan dengan pipa dinyatakan dengan tinggi kecepatan, dianggap bahwa tahanan gesekan tiap satuan luas dinding pipa sebanding dengan pangkat dua dari kecepatan

rata-rata dari aliran.

Bila pipa bergaris tengah 150 mm panjangnya 300 m, debiet aliran = 2,73 m^3 per menit sedang koefisien tahanan gesek = f = 0,01, hitunglah kehilangan enersinya.

Jawab :



Lihatlah gambar 11 — 5

Gaya-gaya yang bekerja pada silinder ialah gaya karena perbedaan tekanan, dan gaya kerena tekanan gesekan. Karena kecepatan adalah tetap dan tidak ada percepatan maka resultante gaya-gaya diatas pada arah gerak adalah nol.

Gambar XI — 5

Gaya karena perbedaan tekanan = $(p_1 - p_2) A$

Bila q = tahanan gesekan tiap satuan luas pada suatu harga satuan kecepatan maka tahanan gesekan sebanding dengan v^2

Jadi tahanan gesekan/satuan luas pada kecepatan v = qv^2

Gaya karena gesekan pada dinding pipa = $qv^2 . P . L$

dimana P = keliling dari penampang pipa.

Gaya akibat perbedaan tekanan = gaya akibat gesekan

$$(p_1 - p_2) A = qv^2 PL$$

Bila hf = kehilangan tinggi enersi pada pipa sepanjang L maka :

$$hf = \frac{p_1 - p_2}{w} = \frac{q}{w} v^2 \frac{P}{A} L \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

kalikan dengan $\frac{2g}{2g}$ maka

$$h_f = \frac{2gq}{w} \frac{P}{A} L \frac{v^2}{2g} \quad ; \frac{A}{P} = m = \text{jari-jari hidrolis pipa}$$

dan $\frac{2gq}{w}$ = konstanta = f maka

$$h_f = \frac{fL\, v^2}{m\, 2g}$$

Bila d = garis tengah pipa

$$m = \frac{A}{p} = \frac{\frac{1}{4} \pi d^2}{\pi d} = \frac{1}{4} d$$

$h_f = \frac{4fL}{d} \frac{v^2}{2g}$ inilah Rumus Darcy untuk kehilangan tinggi enersi pada pipa.

Meskipun tahanan gesekan itu hanya berbanding lurus dengan v^2 untuk aliran turbulent tapi rumus itu dapat dipakai untuk menghitung aliran dari cairan kental dimana tahanannya berbanding lurus dengan v, dengan membuat f berbanding terbalik dengan v.

Bentuk lain dari rumus Darcy kadang-kadang banyak gunanya. Bila Q adalah debiet alirannya maka :

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

$$h_f = \frac{4fL}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{64\ f\ L\ Q^2}{2g\ \pi^2\ d^5} = \frac{fLQ^2}{3{,}03\ d^5}$$ dapat ditulis

(kesalahan 1% saja)

$$h_f = \frac{fLQ^2}{3\ d^5}$$

Bila Q = 2,73 m^3/menit = 0,0455 m^3/detik ; f= 0,01
L = 300 m, d = 150 mm

$$h_f = \frac{0{,}01 \cdot 300 \cdot (0{,}0455)^2}{3 \cdot (0{,}15)^5} = 27{,}3 \text{ m tinggi air}$$

XI. 6. Turunkanlah rumus Chezy untuk kecepatan rata-rata v pada aliran dalam pipa dinyatakan dengan jari-jari hidrolis m, kehilangan enersi tiap satuan panjang i.

Hitunglah kehilangan tinggi enersi karena gesekan untuk aliran di dalam pipa bergaris tengah 75 mm yang panjangnya 30 m, bila koefisien Chezy = C = 54,6, dan kecepatan rata-rata dari aliran = 1,8 m/detik.

Jawab :

Rumus Chezy dan rumus Darcy diturunkan dengan cara yang sama dan boleh dipergunakan mana yang lebih disukai.

Persamaan (1) pada soal XI. 5 ialah :

$$h_f = \frac{q}{w} v^2 \frac{P}{A} L \quad ; \quad v^2 = \frac{w}{q} \frac{A}{P} \frac{h_f}{L}$$

Kehilangan tinggi enersi tiap satuan panjang $i = \frac{h_f}{L}$

$$\frac{A}{P} = m$$

$$v^2 = \frac{w}{q} m\, i$$

$v = \sqrt{\frac{w}{q}} \cdot \sqrt{mi}$ ditulis $v = C\sqrt{mi}$ dimama C adalah koefisien Chezy

Hubungan antara koefisien Darcy f yang merupakan bilangan murni dengan koefisien Chezy ialah

$C = \sqrt{\frac{2g}{f}}$ dengan satuan $m^{\frac{1}{2}}$ /detik.

Karena $v = C\sqrt{mi}$ maka :

$$i = \frac{v^2}{C^2 m}$$

Kehilangan tinggi enersi = $h_f = i\, L = \frac{v^2 L}{C^2 m}$.

$v = 1{,}8$ m/detik; $L = 30$ m; $C = 54{,}6$ maka

$m = \frac{1}{4} d = \frac{1}{4}. 0{,}075$ m

$\therefore$ kehilangan tinggi enersi $h_f = \frac{1{,}8^2 . 30}{(54{,}6)^2 \frac{1}{4} \cdot 0{,}075} = 1{,}75$ m

XI. 7. Apakah kekurangan-kekurangannya dari rumus Darcy dan rumus Chezy untuk menghitung kehilangan tinggi enersi untuk aliran turbulent di dalam pipa ?
Nyatakan dua buah rumus emperis yang dimaksudkan untuk mengurangi kekurangan-kekurangan yang tersebut di atas.

Jawab :

Rumus Darcy dan rumus Chezy didasarkan kepada cara pendekatan yang sama. Pada soal No. XIII — 5 dianggap bahwa tahanan gesekan berubah-berubah sebanding dengan pangkat dua dari kecepatan rata-rata aliran turbulen jadi :

$$h_f = \frac{4fL}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

karena h_f dan $\frac{v^2}{2g}$ adalah tinggi enersi sedang $\frac{L}{d}$ adalah angka perbandingan tanpa dimensi, maka f haruslah merupakan bilangan murni.

Pada kenyataannya kehilangan tinggi enersi pada aliran turbulent tidak sebanding dengan pangkat dua dari kecepatan rata-rata, tetapi sebanding dengan pangkat 1,7 sampai pangkat 2 atau mungkin juga lebih. Jadi f haruslah berubah-berubah sebanding dengan pangkat dari kecepatan rata-rata, dan harganya tidak akan tetap, untuk aliran dengan debiet yang berbeda-beda pada suatu pipa. Juga harga f tergantung dari kekasaran dari dinding pipa dan akan berbeda harganya antara pipa yang miring dan pipa yang terletak mendatar.

Untuk mengatasi kekurangan-kekurangan seperti hal di atas maka dibuat rumus seperti di bawah ini sebagai perbaikan dari rumus Chezy $v = C\sqrt{mi}$

$$\text{Rumus Manning} = v = \frac{1}{n} m^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}$$

dimana n adalah koefisien kekasaran yang angkanya makin besar bila keadaan pipa makin kasar, angka terletak antara 0,009 untuk kaca sampai 0,022 untuk pipa besi cor yang sudah tua.

Rumus Hazen — Williams : $v = 0{,}82\ C_1\ m^{0{,}6}\ i^{0{,}54}$

dimana C_1 = koefisien berharga antara 140 sampai dengan 80

140 untuk pipa yang sangat licin
80 untuk pipa besi yang sudah tua

SOAL — SOAL

1. Air mengalir dengan debiet sebesar 0,283 m^3/detik didalam pipa berdiameter 0,3 m yang tiba-tiba membesar menjadi pipa berdiameter 0,6 m. Sumbu kedua pipa berimpit dan terletak mendatar.
   Pipa dihubungkan dengan pipa tegak dan terlihat perbedaan tinggi airnya adalah 0,36 m lebih tinggi daripada air di pipa tegak yang dihubungkan dengan pipa besar.
   Tentukan koefisien k apabila kehilangan enersi karena perubahan tiba-tiba dinyatakan dengan $K = \frac{v^2}{2g}$ dimana v adalah kecepatan aliran pada pipa yang kecil
   (0,496)

2. Air mengalir di dalam pipa miring yang lurus. Pada suatu titik A, 45 m tingginya di atas bidang persamaan tiba-tiba penampang pipa menjadi 2 kali lebih besar.
   Tekanan pada A pada pipa yang kecil 860 kN/m^2 sedang kecepatan alirannya ialah sebesar 2,4 m/detik.
   Hitunglah tekanan dititik B yang letaknya 2,5 meter di atas bidang persamaan.
   (1283 kN/m^2)

3. Air mengalir dengan debiet sebesar 0,283 m^3/detik di dalam pipa yang mempunyai luas penampang sebesar 0,093 m^2. Pipa itu tiba-tiba menjadi besar dengan penampang seluas 0,372 m^2.
   Bila tekanan pada pipa yang kecil sebesar 4,8 kN/m^2
   Hitunglah (a) Kehilangan tinggi enersi
   (b) Tekanan pada pipa yang besar
   (c) Tenaga yang diperlukan untuk mengalirkan air pada bagian yang menjadi besar.
   (0,265 m ; 6,53 kN/m^2 ; 737 w)

4. Turunkanlah rumus untuk kehilangan tinggi enersi pada kontraksi tiba-tiba. Pipa yang mengalirkan air sebesar 0,056 m^3/detik tiba-tiba berubah garis tengahnya dari :

(a) 200 mm ke 150 mm
(b) 300 mm ke 150 mm
(c) 450 mm ke 150 mm

Hitunglah kehilangan tinggi enersinya dan perbedaan tekanan pada kontraksi dari soal-soal :

(a) (b) dan (c), bila $C_c = 0,62$

(0,19 m ; 0,54 m ; 0,19 m ; 0,673 m ; 0,19 m ; 0,699 m)

5. Sebuah pipa mengalirkan air sebesar 0,236 m^2/detik tiba-tiba mengecil dari garis tengah 450 mm menjadi 300 mm, sedang $C_c = 0,67$

Hitunglah perubahan dari :

(a) total tinggi enersi
(b) tinggi tekanan

(0,135 m; 0,589 m)

6. Air mengalir dalam pipa dengan debiet sebesar 0,028 m^3, pipa berubah tiba-tiba garis tengahnya dari 150 mm menjadi 100 mm.
Hitunglah kehilangan enersi dan perbedaan tekanan antara 2 titik yang mengapit terjadinya kontraksi bila koefisien kontraksi = 0,62
Dianggap bahwa enersi hilang sepenuhnya akibat pelebaran tiba-tiba, tapi akibat gesekan tidak diabaikan.
Bila pelat berlubang yang bergaris tengah 75 m dipasang pada daerah kontraksi, berapakah angka-angka yang diperoleh untuk besaran-besaran seperti soal di atas $C_c = 0,62$

(0,258 m ; 0,8 mm ; 2,19 m ; 2,74 m)

7. Air mengalir tegak lurus kebawah di dalam pipa bergaris tengah 150 mm dengan kecepatan 2,4 m/detik. Tibatiba pipa melebar menjadi 300 mm garis tengahnya.
Hitunglah kehilangan tinggi enersi dan juga bila pipa dibalik koefisien kontraksi diambil 0,62

(0,165 m ; 0,110 m)

8. Sebuah alat ukur diaphragma dengan lubang bergaris tengah 150 mm dipasang pada pipa bergaris tengah 300 mm.
Bila kecepatan aliran 0,6 m/detik.
Hitunglah kehilangan enersi karena dipasang diaphragma tersebut, bila $C_c = 0,64$

(0,507 m)

9. Air yang mengalir di dalam pipa dengan garis tengah 150 mm dihalangi oleh alat ukur diaphragma yang mempunyai lobang dengan garis tengah 50 mm ditengah-tengahnya.
Kehilangan tinggi enersi pada diaphragma sebesar 0,375 m, bila kecepatan aliran di dalam pipa 0,177 m/detik.
Hitunglah besarnya koefisien kontraksi dari aliran yang mengalir melalui diaphragma.

(0,552)

10. Dengan menggunakan rumus Chezy hitunglah kehilangan tinggi enersi di dalam pipa bergaris tengah 75 mm dengan panjang 120 m, bila kecepatan alirannya 4,8 m/detik, diambil C = 54,6

(49,5 m)

11. Air mengalir dari sebuah reservoir melalui pipa yang panjangnya 1200m, yang bergaris tengah 400 mm sepanjang 600 m dan bergaris tengah 250 mm untuk sisa panjangnya yang 600 m. Hitunglah debiet alirannya, bila kita hanya menghitung akibat gesekannya saja sedang ujung pipa terletak 30 m di bawah permukaan air di dalam reservoir, bila harga f = 0,004 untuk pipa bergaris tengah 400 mm dan f = 0,006 untuk pipa yang bergaris tengah 250 mm.

(0,151 m^3/detik)

B A B XII

PENGALIRAN DALAM PIPA DAN PERSOALANNYA

Semua soal-soal pengaliran dalam pipa biasanya diselesaikan dengan menggunakan rumus-rumus Bernoulli antara dua buah titik yang ditinjau dimana total enersinya sudah diketahui kemudian ditambahkan kehilangan-kehilangan enersi akibat perubahan tiba-tiba dan akibat gesekan, jadi :

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \text{akibat perubahan tiba-tiba} + \text{akibat gesekan}$$

a. Kehilangan enersi akibat perubahan tiba-tiba pada waktu air masuk atau keluar, terjadi hanya apabila lubang masuk atau lubang keluar itu tajam, atau aliran masuk atau keluar dari reservoir air, sehingga kejadian ini dapat digolongkan kepada kon-

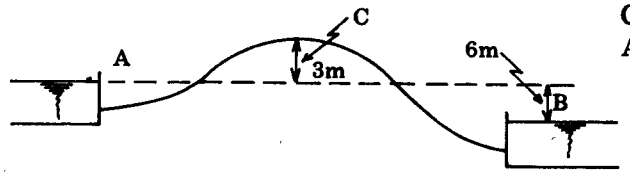
traksi tiba-tiba atau pelebaran tiba-tiba.

b. Rumus Darcy $h_f = \frac{4fL}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$ adalah rumus yang paling sesuai untuk menghitung kehilangan enersi akibat gesekan. Semua angka-angka pada persamaan Bernoulli merupakan enersi tiap satuan berat, demikian pula untuk kehilangan enersi karena gesekan dan perubahan tiba-tiba.
Bila pipa disusun secara "serie" maka kehilangan enersinya adalah jumlah dari masing-masing pipa, apabila pipa disusun secara "Parallel" maka persamaan enersi dapat dibuat untuk tiap cabang pipa.

PENGALIRAN PADA SEBUAH PIPA

XII 1. Sebuah pipa bergaris tengah 1,20 m menghubungkan dua buah reservoir air yang mempunyai perbedaan tinggi permukaan 6 m. Panjang pipa 720 m, dan pipa naik sampai setinggi 3 m di atas permukaan reservoir yang lebih tinggi letaknya pada jarak 240 m dari reservoir yang sebelah atas. Koefiesien gesekan diambil = 0,01. Hitunglah debiet aliran dan tinggi tekanan pada titik tertinggi dari pipa penghubung tersebut.

Jawab :



$AC = L_1 = 240$ m
$CB = L_2 = 480$ m
$AB = L = 720$ m
$d = 1,2$ m
v = kecepatan aliran
$f = 0,01$

Gambar XII — 1

Dalam soal ini kehilangan enersi pada waktu keluar dan masuk diabaikan.
Persamaan Bernoulli untuk titik A dan B maka :
Jumlah enersi di A tiap satuan berat = jumlah enersi di B tiap satuan berat + kehilangan akibat gesekan :

$$H + \frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} = 0 + \frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{4fL}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

(persamaan terhadap bidang persamaan melalui titik B)

$P_A = P_B = 0$; $V_A = V_B = 0$ maka

$$H = \frac{4fL}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$6 = \frac{4 \cdot 0,01 \cdot 720}{1,2} \frac{v^2}{2g}$$

$$v^2 = \frac{6 \cdot 1,2 \cdot 2 \cdot 9,81}{4 \cdot 0,01 \cdot 720} = 4,92$$

$$v = 2,22 \text{ m/detik}$$

Debiet aliran = $AV = \frac{1}{4} \pi (1,2)^2 \cdot 2,22 = 2,51 \text{ m}^3/\text{detik}$

Untuk mencari tekanan di C digunakan persamaan Bernoulli untuk titik A dan C terhadap bidang persamaan melalui titik A

$$\frac{p_A}{w} = \frac{p_C}{w} + h + \frac{v^2}{2g} + \frac{4 f L_1}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{P_C}{w} = \frac{P_A}{w} - h - \frac{v^2}{2g} \left(1 + \frac{4 f L_1}{d}\right)$$

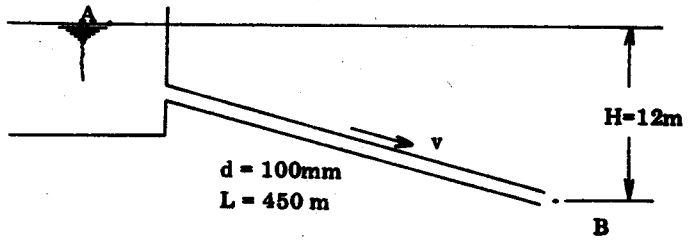
$$\frac{P_C}{w} = 0 - 3 - \frac{(2,22)^2}{2g} \left(1 + \frac{4 \cdot 0,01 \cdot 240}{1,2}\right)$$

$$= -3 - \frac{4,92 \times 9}{2g} = -5,26 \text{ m tinggi air}$$

$$P_C = -5,26 \cdot 9,81 \cdot 10^3 = -51,6 \text{ kN/m}^2$$

XII. 2. Air mengalir dari sebuah reservoir yang besar langsung ke tempat terbuka melalui pipa yang bergaris tengah 100mm sedang panjangnya pipa 420 m.

Pangkal pipa pada reservoir merupakan ambang tajam, letak mulut pipa tempat keluar air berada 12 m di bawah permukaan air reservoir.
Bila f = 0,01 hitunglah besarnya debiet aliran.
Jawab :



Gambar XII — 2

Total enersi pada A = total enersi pada B + kehilangan penyempitan tiba-tiba + kehilangan akibat gesekan.

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g} + \frac{4fL}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}$$

$$12 = \frac{v^2}{2g}\left(1{,}5 + \frac{4 \cdot 0{,}01 \cdot 450}{0{,}1}\right) = 181{,}5\,\frac{v^2}{2g}$$

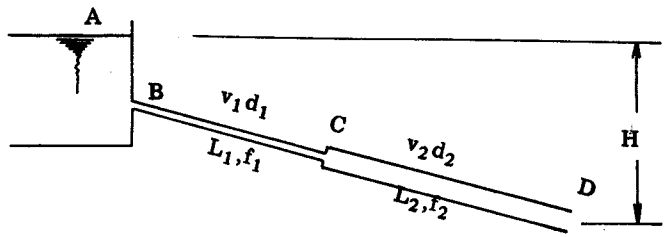
$$v^2 = \frac{12 \cdot 2g}{181{,}5} = 1{,}3 \quad ; \quad v = 1{,}14 \text{ m/detik}$$

$$\text{Debiet aliran} = \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot v = \frac{1}{4}\pi (0{,}1)^2 \cdot 1{,}14$$

$$= 8{,}96 \cdot 10^{-3} \text{ m/detik}$$

XII. 3. Air dialirkan dari reservoir ke tempat terbuka melalui pipa yang panjangnya 39 m.
Air mengalir memasuki pipa melalui ambang tajam. Pipa pada permulaannya bergaris tengah 50 mm dan panjangnya 15 m kemudian pipa membesar secara tiba-tiba menjadi bergaris tengah 75 mm. Sampai ke ujungnya.
Hitunglah perbedaan tinggi permukaan air pada reservoir dan mulut pipa bila kehilangan enersi akibat pelebaran dan penyempitan tiba-tiba tidak diabaikan, sedang debiet aliran tetap sebesar 2,8 dm^3/detik. f = 0,0048 untuk pipa bergaris tengah 50 mm, dan f = 0,0058 untuk pipa bergaris tengah 75 mm.

Jawab :



Gambar XII — 3

$$Q = \frac{1}{4}\pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4}\pi d_2^2 v_2$$

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-3}}{\pi (0{,}05)^2} = 1{,}426 \text{ m/detik}$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-3}}{\pi (0{,}075)^2} = 0{,}634 \text{ m/detik}$$

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli terhadap titik A dan D, dimana $P_A = P_D$ = tekanan atmosfir = 0 sedang $V_A = 0$, maka :
Total enersi di A = total enersi di D + kehilangan enersi di B + kehilangan enersi di BC + kehilangan enersi di C + ke-

hilangan enersi di CD di titik D tidak ada kehilangan enersi karena air keluar bebas dari pipa.

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{2g} + \frac{4\ f_1\ L_1}{d} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{4\ f_2\ L_2\ v_2^2}{d_2\ .\ 2g}$$

$$= \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{1}{2} + \frac{4\ .\ f_1 L_1}{d_1}\right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(1 + \frac{4\ f_2 L_2}{d_2}\right) + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$= \frac{1{,}426^2}{2g}\left(\frac{1}{2} + \frac{4\ .\ 0{,}0048\ .\ 15}{0{,}05}\right) + \frac{0{,}634^2}{2g}\left(1 + \frac{4\ .\ 0{,}0058\ .\ 24}{0{,}075}\right) + \frac{(0{,}792)^2}{2g}$$

= 0,647 + 0 173 + 0,032 = 0,852 m tinggi air (perbedaan tinggi H)

XII. 4. Sebuah pipa induk air panjangnya 4,8 km sedang garis tengahnya 100 mm.
Penyadapan air 7,5 liter/jam/meter panjang pipa terjadi secara merata disepanjang pipa.
Hitunglah perbedaan tinggi enersi antara titik pada pangkal pipa induk dan titik penyadapan bila air masuk ke pipa.

(a) pada pangkalnya

(b) pada tengah-tengah dari pipa induk.

f = 0,006

Jawab :

Karena air disadap sepanjang pipa maka kecepatan dan kehilangan enersi akibat gesekan tiap satuan panjang akan berubah-berubah dari titik ke titik sepanjang pipa.
Persoalan ini dapat dipecahkan dengan menghitung pipa pada satuan panjang kemudian mengintergrasikannya. Bila pada jarak x dari tempat air masuk pipa kecepatannya v sedang kehilangan enersi pada jarak dx adalah dh maka :

$$dh = \frac{4fdx}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

D = diameter pipa
Q_1 = debiet masuk
K = penyadapan tiap m panjang
Q = debiet melalui satu titik yang ditinjau, jadi :
Total air masuk = Total air disadap
Harga Q = 0 bila x = L dan Q_1 = KL

$$Q = K\ (L - x) \quad ; \quad Q = \frac{1}{4}\pi D^2 \cdot v$$

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4K}{\pi D^2}\ (L - x)$$

$$dh = \frac{4f}{2gD} \cdot \frac{16\ K^2}{\pi^2\ D^4}\ (L - x)^2\ dx$$

Kehilangan enersi seluruhnya = $h_1 - h_2 = h$ =

$$\frac{64\ f\ K^2}{2g\ \pi^2\ D^5} \int_{x=L}^{x=0} (L - x)^2\ dx$$

$$h = \frac{64\ f\ K^2\ L^3}{6g\ \pi^2\ D^5} = \frac{0{,}11\ fK^2 L^3}{D^5}$$

Dengan f = 0,006

$$K = 7{,}5\ \text{l/jam/m'} = \frac{7{,}5 \times 10^{-3}}{3.600} = 2{,}085 \times 10^{-6}\ \text{m}^3/\text{detik/m'}$$

$$h = \frac{0{,}11 \times 0{,}006 \times (2{,}085 \times 10^{-6})^2\ L^3}{(0{,}1)^5} = 2{,}87 \cdot 10^{-10} L^3\ \text{m}$$

(a) Bila air masuk dari pangkal pipa L = $4{,}8 \cdot 10^3$ m.
Perbedaan tinggi enersi = h = $2{,}87 \times 10^{-10} \times (4{,}8)^3$
10^9 = 31 m

(b) Bila air masuk dari tengah-tengah L = $2{,}4 \times 10^3$ m
Perbedaan tinggi enersi = h = $2{,}87 \times 10^{-10} \times (2{,}4)^3$
10^9 = 3,88 m

XII. 5. Pipa dari tanki air mempunyai ambang tajam panjangnya 30 m sedang garis tengahnya 150 mm. Air mengalir ketempat terbuka melalui keran air. Bila keran air dibuka penuh maka kehilangan tinggi enersi terjadi sebesar :

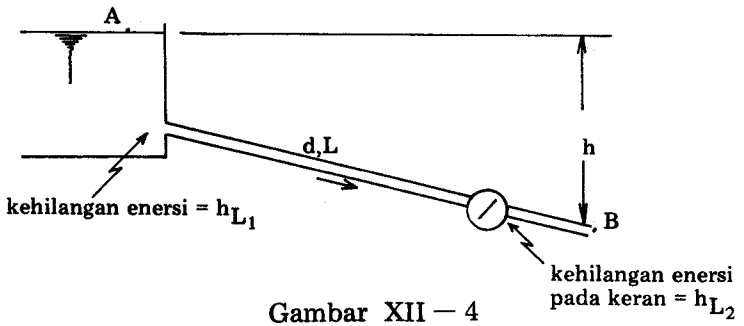
$\frac{1}{4}(\frac{v^2}{2g})$, f = 0,006 untuk rumus Darcy

Berapakah prosentase dari turunnya kehilangan enersi apabila :

(a) mengganti ambang dengan yang sisi-sisinya dibulatkan.

(b) menghilangkan keran air.

Jawab :



Gambar XII — 4

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli pada A dan B maka :

Total enersi pada A = total enersi pada B + kehilangan pada waktu masuk pipa + kehilangan akibat gesekan + kehilangan pada keran.

$$h = \frac{v^2}{2g} + h_{L_1} + h_f + h_{L_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$V = V_1$ pada keadaan sebelum diadakan perobahan.

Bila ambang tajam : $h_{L_1} = 0{,}5 \frac{v_1^2}{2g}$

$$h_{L_2} = 0{,}25 \frac{v_1^2}{2g}$$

$$h_f = \frac{4 f L}{d} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4 \cdot 0{,}006 \cdot 30}{0{,}15} = 4{,}8 \frac{v_1^2}{2g}$$

dimasukkan pada persamaan (1) maka :

$$h = \frac{v_1^2}{2g} + 0{,}5 \frac{v_1^2}{2g} + 4{,}8 \frac{v_1^2}{2g} + 0{,}25 \frac{v_1^2}{2g} = 6{,}55 \frac{v_1^2}{2g}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{6{,}55}} = 0{,}3966 \sqrt{2gh}$$

$$Q_1 = a v_1 = 0{,}3906\, a \sqrt{2gh}$$

(a) Bila pangkal pipa dibulatkan, kehilangan enersinya dapat diabaikan jadi $h_{L_1} = 0$

disubstitusi pada persamaan (1) dan $v = v_2$ maka

$$h = \frac{v_2^2}{2g} + 0 + 4{,}8 \frac{v_2^2}{2g} + 0{,}25 \frac{v_2^2}{2g} = 6{,}05 \frac{v_2^2}{2g}$$

v_2 = kecepatan baru di dalam pipa

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{6{,}05}} = 0{,}4065 \sqrt{2gh}$$

Debiet baru $Q_2 = a v_2 = 0{,}4065\, a \sqrt{2gh}$

Turunnya kehilangan enersi menjadi $= \frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} \cdot 100$

$$= \frac{(0{,}4065 - 0{,}3906)\, a \sqrt{2gh}}{0{,}3906\, a \sqrt{2gh}} \cdot 100$$

$$= \frac{1{,}59}{0{,}3906} = 4{,}07\%$$

(b) Bila keran dihilangkan sedang pangkal pipa tetap tajam.

$h_{L_1} = 0{,}5 \frac{v_3^2}{2g}$, $h_{L_2} = 0$

dimasukkan dalam persamaan (1) dengan $v = v_3$ maka

$$h = \frac{v_3^2}{2g} + 0{,}5\frac{v_3^2}{2g} + 4{,}8\frac{v_3^2}{2g} + 0 = 6{,}3\frac{v_3^2}{2g}$$

v_3 = kecepatan baru dalam pipa

$$v_3 = \sqrt{\frac{2gh}{6{,}3}} = 0{,}3984\sqrt{2gh}$$

$$Q_3 = av_3 = 0{,}3984\ a\sqrt{2gh}$$

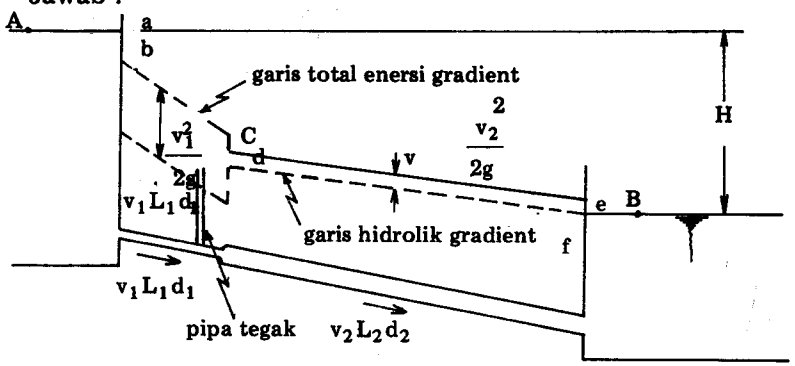
Turunnya kehilangan enersi menjadi $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_1} \cdot 100$

$$= \frac{0{,}3984 - 0{,}3906}{0{,}3906}\ \frac{a\sqrt{2gh}}{a\sqrt{2gh}} \cdot 100$$

$$= \frac{0{,}78}{0{,}3906} = 2\%$$

XII. 6. Dua buah reservoir dihubungkan oleh pipa yang panjangnya 21 m. Pipa udik bergaris tengah 150 mm dan panjangnya 6 m sedang sisanya bergaris tengah 225 mm.
Ambang pangkal pipa dan ujung pipa adalah tajam dan perubahannya tiba-tiba :
Perbedaan tinggi permukaan reservoir 6 m
Hitunglah kehilangan tinggi enersinya, dan hitunglah debiet alirannya bila koefisien gesekannya = 0,01 untuk kedua pipa tersebut di atas.
Lukiskan hidrolik gradient dan jumlah enersi gradient.

Jawab :



Gambar XII — 5

Lihat pada gambar XII — 5

Menurut hukum kontinuitas $\frac{1}{4}\pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4}\pi d_2^2 v_2$

$$v_1 = \left(\frac{225}{150}\right)^2 v_2 = \frac{9}{4} v_2$$

Kehilangan-kehilangan enersi :

Ditempat masuk pipa $= \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4}\right)^2\frac{v_2^2}{2g} = 2{,}53\frac{v_2^2}{2g}$ . . (1)

Gesekan pada pipa ϕ 150 mm $= \frac{4 f L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$

$$= \frac{4 \cdot 0{,}01 \cdot 6}{0{,}15} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

$$= 1{,}6\frac{v_1^2}{2g} = 1{,}6\left(\frac{9}{4}\right)^2\frac{v_2^2}{2g}$$

$$= 8{,}10\frac{v_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Pelebaran tiba-tiba pada pipa $= \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}$

$$\left(\frac{9}{4} - 1\right)^2 = 1{,}56\frac{v_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Gesekan pada pipa ϕ 225 mm $= \frac{4 f L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} =$

$$= \frac{4 \cdot 0{,}01 \cdot 15}{0{,}225} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 2{,}67\frac{v_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Pelebaran tiba-tiba pada saat keluar pipa =

$$= \frac{v_2^2}{2g} = 1{,}00\frac{v_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

Total kehilangan enersi (1) + (2) + (3) + (4) + (5) =

$$= 15{,}86\frac{v_2^2}{2g}$$

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli dititik A dan B untuk tiap satuan berat maka :
Total enersi di A = total enersi di B + kehilangan-kehilangan enersi.
Tekanan di A dan B adalah sama sedang kecepatannya = 0

bila reservoir cukup besar.
Dengan mengambil bidang persamaan di B :

H = 0 + kehilangan-kehilangan enersi

$$6 = 15{,}86\ \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{6 \cdot 2g}{15{,}86}} = 2{,}72 \text{ m/detik}$$

$$\text{Debiet aliran} = \frac{1}{4}\pi d_2^2\, v_2 = \frac{1}{4}\pi (0{,}225)^2 \cdot 2{,}72 =$$

$$= 0{,}185 \text{ m}^3/\text{detik}$$

Jumlah enersi pada setiap titik dapat dilukiskan pada gambar XII — 5. yaitu garis a b c d e f dimana garis ab adalah kehilangan enersi pada pangkal pipa. bc kehilangan enersi akibat pada pipa, cd kehilangan enersi akibat pelebaran tiba-tiba, de kehilangan enersi akibat gesekan pada pipa dan ef adalah kehilangan enersi akibat pelebaran tiba-tiba. Sedang garis hidrolik gradient adalah jumlah dari enersi potensial ditambah enersi tekanan saja, jadi akan merupakan garis dengan jarak $\frac{v^2}{2g}$ dari garis enersi gradient.
Hidrolik gradient adalah garis yang merupakan permukaan dari air pada "pipa tegak" apabila pipa pengalir dihubungkan dengannya (lihat gambar XII — 5)

PIPA-PIPA SEJAJAR DAN BERCABANG (SERIE DAN PARALLEL)

XII. 7. Dua buah reservoir dihubungkan oleh 3 buah pipa sejajar dengan garis tengah d, 2d dan 3d, panjang ketiga pipa itu sama. Bila dianggap koefisien gesekannya sama yaitu f dan panjang pipa semuanya L berapakah besarnya debiet aliran melalui pipa yang terbesar, bila debiet aliran melalui pipa yang kecil 0,03 m^3/detik.

Jawab ;

Aliran pada pipa dengan garis tengah d, 2d dan 3d masing-masing adalah Q_1, Q_2 dan Q_3, sedang ketiganya mempunyai perbedaan tinggi muka air sama dengan H

$$\therefore H = \frac{f L Q_1^2}{3 d_1^5} = \frac{f L Q_2^2}{3 d_2^5} = \frac{f L Q_3^2}{3 d_3^5}$$

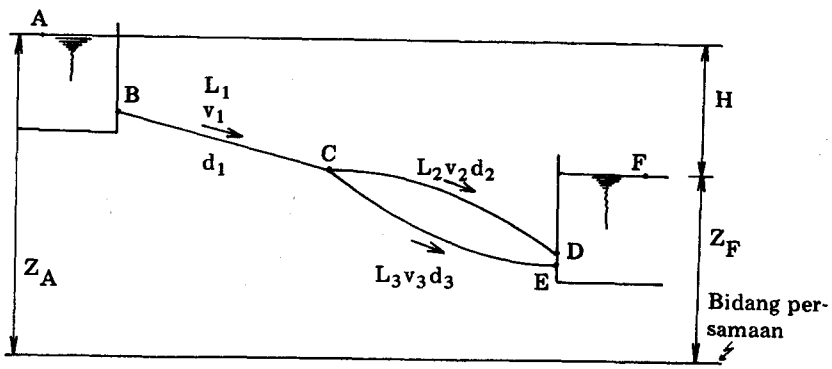
$$H = \frac{(0{,}03)^2}{d^5} = \frac{Q_2^2}{(2d)^5} = \frac{Q_3^2}{(3d)^5}$$

$$Q_2 = 0{,}03\sqrt{32} = 0{,}1695 \text{ m}^3/\text{detik}$$

$$Q_3 = 0{,}03\sqrt{243} = 0{,}459 \text{ m}^3/\text{detik}$$

XII. 8. Dua buah reservoir air mempunyai perbedaan tinggi muka air 6 m.
Keduanya dihubungkan dengan pipa pada mulanya dengan garis tengah 600 mm dan panjangnya 3.000 m, kemudian bercabang yang bergaris tengah 300 mm dan panjang kedua pipa itu 3.000 m dan keduanya berakhir pada reservoir yang sebelah bawah. Kehilangan enersi karena perubahan tiba-tiba diabaikan.
Bila f = 0,01 untuk semua pipa berapakah besarnya debiet aliran ?

Jawab :



Gambar XII — 6

Dimisalkan cairan/satuan berat mengalir melalui BCD atau melalui BCE akan menghasilkan tinggi enersi yang sama yaitu H.
Dengan menggunakan persamaan Bernoulli pada titik A dan titik F maka :

Untuk aliran melalui BCD

$$Z_A = Z_F + \frac{4 f L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 f L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

$$Z_A - Z_F = H = \frac{4 f L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 f L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \ldots\ldots (1)$$

Untuk aliran melalui BCE :

$$Z_A - Z_F = H = \frac{4 f L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 f L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \ldots\ldots\ldots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2)

$$\frac{4 f L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4 f L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g}$$

Tapi $L_2 = L_3$ dan $d_2 = d_3$ sehingga $v_2 = v_3$ dan menurut hukum hukum kontinuitas

$$\frac{1}{4} \pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 v_2 + \frac{1}{4} \pi d_3^2 v_3$$

maka $v_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1}\right)^2 v_1 = 2 v_1$

Disubtitusikan pada persamaan (1) maka :

$$H = \frac{4 f L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 f L_2 \cdot 4 v_2^2}{d_2 \cdot 2g} = \frac{4 f v_1^2}{2g} \left(\frac{L_1}{d_1} + \frac{4 L_2}{d_2}\right)$$

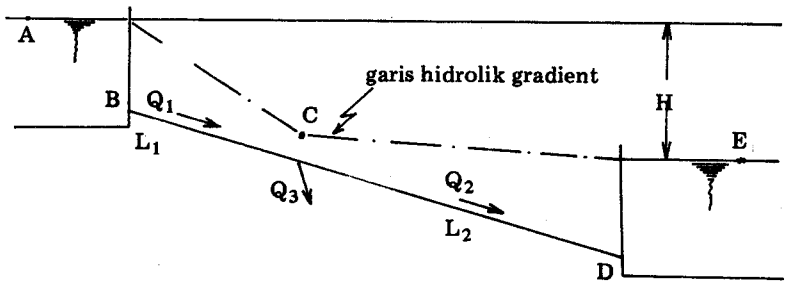
$$6 = \frac{4 \cdot 0{,}01}{2g} v_1^2 \left(\frac{3.000}{0{,}6} + \frac{4 \cdot 3.000}{0{,}3}\right)$$

$$v_1^2 = \frac{6 \cdot 2g}{4 \cdot 0{,}01 \cdot 45.000} = 0{,}0656 \; ; \; v_1 = 0{,}256 \text{ m/detik}$$

Debiet aliran $= \frac{1}{4} \pi d_1^2 v_1 = \frac{1}{4} \pi (0{,}6)^2 \cdot 0{,}256 = 0{,}0725$ m^3/detik.

XII. 9. Dua buah reservoir air permukaannya mempunyai perbedaan tetap setinggi 66 m dihubungkan satu sama lain dengan pipa bergaris tengah 225 mm dan panjangnya 4 km.
Pipa itu disadap pada jarak 1,6 km dari reservoir yang lebih tinggi dengan debiet 42,5 dm^3/detik. Tentukan debiet masuk kereservoir sebelah bawah. Semua kehilangan enersi diabaikan kecuali akibat gesekan dalam pipa. Lukiskan juga hidrolik gradientnya untuk pipa. f = 0,009

Jawab ;



Gambar XII — 7

Pada gambar XII - 7 & terlihat bahwa $Q_1 = Q_2 + Q_3 \cdots (1)$

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli dititik A dan E untuk tiap satuan berat air.
Maka total enersi di A = Total enersi di E + kehilangan enersi di BC + kehilangan enersi di CD.
Dengan mengambil bidang persamaan melalui E maka :

$$H = \frac{f L_1 Q_1^2}{3 d^5} + \frac{f L_2 Q_2^2}{3 d^5} = \frac{f}{3 d^5} (L_1 Q_1^2 + L_2 Q_2^2)$$

$$66 = \frac{0{,}009}{3 (0{,}225)^5} (1{,}6 \cdot 10^3 Q_1^2 + 2{,}4 \cdot 10^3 Q_2^2)$$

$$Q_1^2 + 1{,}5 Q_2^2 = \frac{66 \cdot 3 \cdot (0{,}225)^5}{0{,}009 \cdot 1{,}6 \times 10^3} = 7{,}96 \cdot 10^{-3} \ldots\ldots (2)$$

dari (1) $\rightarrow Q_1 = Q_2 + 42{,}5 \cdot 10^{-3}$

$$Q_1^2 = Q_2^2 + 85 \cdot 10^{-3} Q_2 + 1{,}81 \cdot 10^{-3}$$

dimasukkan ke persamaan (2)

$2.5\ Q_2^2 + 85 . 10^{-3}\ Q_2 + 1{,}81 . 10^{-3} = 7{,}96 . 10^{-3}$

$2{,}5\ Q_2^2 + 85 . 10^{-3} Q_2 - 6{,}15 \times 10^{-3} = 0$

$$Q_2 = \frac{-85 \times 10^{-3} \pm \sqrt{(7.225 . 10^{-6} + 61{,}5 . 10^{-3})}}{5}$$

$= 35{,}4 . 10^{-3}$ dm^3/detik

$Q_1 = Q_2 + 42{,}5 . 10^{-3} = 77{,}9 . 10^{-3}$ dm^3/detik

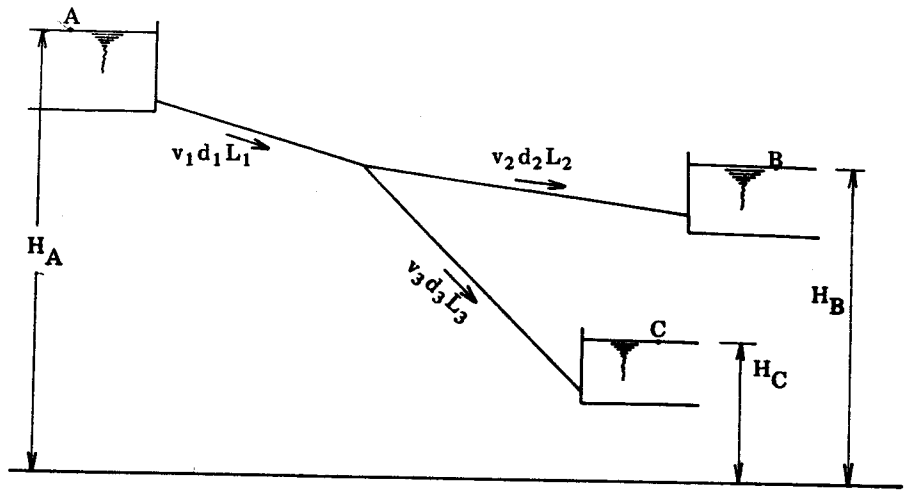
Kehilangan tinggi enersi di BC = $\frac{f\ L\ Q_1^2}{3\ d^5}$

$$= \frac{0{,}009 . 1{,}6 . 10^3\ (77{,}9 . 10^{-3})^2}{3 . (0{,}225)^5} = 50{,}8$$

Kehilangan tinggi enersi di CD = 66 — 50,8 = 15,2 m
Hidrolik gradient kemudian digambarkan (lihat gambar XII — 7) .....

XII 10. Sebuah reservoir yang permukaannya 60 m diatas bidang persamaan mengalirkan air melalui sebuah pipa dengan garis tengah 300 mm panjangnya 1.500 m mengisi reservoir air yang tinggi permukaannya 30 m di atas bidang persamaan, sedang pipa yang satu lagi juga bergaris tengah 300 mm dan panjangnya 1.500 m mengisi reservoir lainnya yang tinggi permukaan airnya 15 m di atas bidang persamaan. Koefisien gesekan f = 0,01
Hitung Q yang masuk ke masing-masing reservoir.

Jawab :



Gambar XII — 8

Karena v_1, v_2 dan v_3 tidak diketahui maka diperlukan 3 buah persamaan untuk menghitungnya. Maka dipergunakan persamaan Bernoulli pada titik A dan B, titik A dan C dan persamaan kontinuitas.

$$H_A = H_B + \frac{4\ f\ L_1}{d_1}\ \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4\ f\ L_2}{d_2}\ \frac{v_2^2}{2g}$$

$$60 = 30 + \frac{4 . 0{,}01 \times 1.500}{0{,}3}\ \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 \times 0{,}01 \times 1.500}{0{,}3}\ \frac{v_2^2}{2g}$$

$10{,}2 v_1^2 + 10{,}2\ v_2^2 = 30$ ..... (1)

Adan C

$$H_A = H_C + \frac{4\ f\ L_1}{d_1}\ \frac{v_2^2}{2g} + \frac{4\ f\ L_3}{d_3}\ \frac{v_3^2}{2g}$$

$$60 = 15 + \frac{4 \times 0{,}01 \times 1.500}{0{,}3}\ \frac{v_1^2}{2g} + \frac{4 \times 0{,}01 \times 1.500}{0{,}3}\ \frac{v_3^2}{2g}$$

$10{,}2\ v_1^2 - 10{,}2\ v_3^2 = 45$ ..... (2)

Hukum Kontinuitas :

$$\frac{1}{4}\pi\ d_1^2\ v_1 = \frac{1}{4}\pi\ d_2^2\ v_2 + \frac{1}{4}\pi\ d_3^2\ v_3$$

$d_1 = d_2 = d_3 \longrightarrow v_1 = v_2 + v_3$ ..... (3)

Dari persamaan (1) $v_2 = \sqrt{(2{,}94 - v_1^2)}$

Dari persamaan (2) $v_3 = \sqrt{(4{,}42 - v_1^2)}$

Substitusi pada persamaan (3)

$$v_1 - \sqrt{(2{,}94 - v_1^2)} - \sqrt{(4{,}42 - v_1^2)} = 0$$

Persamaan ini dapat dipecahkan dengan coba-coba atau secara grafis. Angka-angka di bawah akar harus bilangan rieel maka harga v_1 tidak akan melebihi harga $v_1^2 = 2{,}94$ atau $v_1 = 1{,}71$

Diambil $v_1 = 1{,}6$ m/detik

$1{,}6 - 0{,}6 - 1{,}36 = -0{,}36$

$v_1 = 1{,}7$ m/detik

$1{,}7 - 0{,}1 - 1{,}22 = +0{,}38$

Jadi terlihat harga v_1 terletak antara 1,6 dan 1,71 m/detik maka didapat $v_1 = 1{,}663$ m/detik.

$v_2 = \sqrt{(2{,}94 - 2{,}78)} = 0{,}4$ m/detik

$v_3 = \sqrt{(4{,}42 - 2{,}78)} = 1{,}28$ m/detik

Debiet yang masuk reservoir B $= \frac{1}{4}\pi d_2^2 v_2 =$

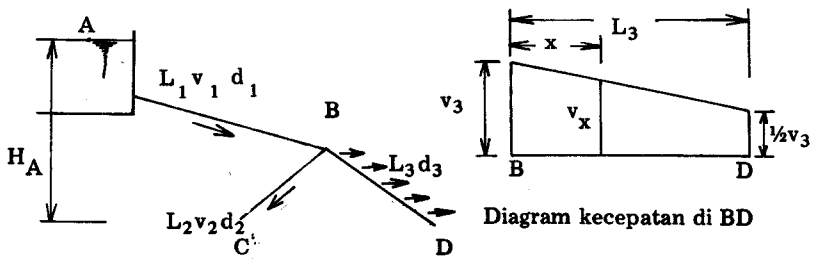
$\frac{1}{4}\pi (0{,}3)^2 \times 0{,}4 = 0{,}028$ m^3/detik

Debiet yang masuk reservoir C $= \frac{1}{4}\pi d_3^2 v_2 =$

$\frac{1}{4}\pi (0{,}3)^2 \times 1{,}28 = 0{,}0907$ m^3/detik

XII. 11. Sebuah pipa mengalirkan air dari sebuah reservoir bergaris tengah 200 mm yang panjangnya 300 m, kemudian pipa itu bercabang dua dimana kedua-duanya bergaris tengah 150 mm dan panjangnya 150 m. Pipa-pipa yang satu terbuka pada ujungnya dan mengalirkan air dengan bebas ke udara terbuka, sedang sebagian lagi dari air melalui pipa yang mengalirkan air sepanjang pipa yang berlubang-lubang. Ujung kedua pipa sama tingginya yaitu 15 m dibawah reservoir air.

Hitunglah debiet alirannya dari masing-masing pipa bila koefisien gesekan f = 0,006 sedang kehilangan-kehilangan enersi lainnya diabaikan.



Gambar XII — 9

Lihat gambar XII — 9 (b) maka kecepatan pada jarak x dari B adalah

$$v_x = v_3 - \frac{v_3 x}{2L}$$; v_3 kecepatan BD di titik B.

Untuk pipa yang panjangnya dx maka kehilangan enersi ialah :

$$dh_f = \frac{4 f dx}{d_3 2g} \left(v_3 - \frac{v_3 x}{2L} \right)^2$$

Diintergrasi dari x = 0 sampai x = L_3

Kehilangan tinggi enersi di BD =

$$= \frac{4 f v_3^2}{d_3 2g} \int_0^{L_3} \left(1 - \frac{x}{L_3} + \frac{x^2}{4 L_3}\right) dx$$

$$= \frac{7}{12} \cdot \frac{4 f L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g}$$

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli pada titik A dan D maka

$$H_A = \frac{4\,f\,L_1\,v_1^2}{d_1\,2g} + \frac{7}{12}\cdot\frac{4\,f\,L_3\,v_3^2}{d_3\,2g}$$

Bila kehilangan enersi hanya dari gesekan maka :

$$15 = \frac{4\cdot 0{,}006\cdot 300}{0{,}2\cdot 2g}\,v_1^2 + \frac{7}{12}\cdot\frac{4\cdot 0{,}006\cdot 150}{0{,}15\cdot 2g}\,v_3^2$$

$$= 1{,}836\,v_1^2 + 0{,}71\,v_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{(21 - 2{,}57\,v_1^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Untuk titik A dan C

$$H_A = \frac{4\,f\,L_1\,v_1^2}{d_1\,2g} + \frac{4\,f\,L_2\,v_2^2}{d_2\cdot 2g}$$

$$15 = 1{,}836\,v_1^2 + \frac{4\cdot 0{,}006\cdot 150}{0{,}15\cdot 2g}\,v_2^2$$

$$15 = 1{,}836\,v_1^2 + 1{,}225\,v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{(12{,}25 - 1{,}5\,v_1^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Persamaan kontinuitas mengatakan :

$$\frac{1}{4}\pi\,d_1^2\,v_1 = \frac{1}{4}\pi\,d_2^2\,v_2 + \frac{1}{4}\pi\,d_3^2\,v_3$$

$$(0{,}2)^2\,v_1 = (0{,}15)^2\,v_2 + (0{,}15)^2\,v_3$$

$$v_1 - 0{,}563\,v_2 - 0{,}563\,v_3 = 0$$

Substitusi dari persamaan (1) dan (2) diatas :

$$v_1 - 0{,}563\sqrt{(12{,}25 - 1{,}5\,v_1^2)} - 0{,}563\sqrt{(21 - 2{,}57\,v_1^2)} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Dengan coba-coba diperoleh hasil sebagai berikut :

v_1 = 2,4 m/detik

$2{,}4 - 0{,}563\sqrt{3{,}61} - 0{,}563\sqrt{6{,}18} = 0$

$2{,}4 - 1{,}07 - 1{,}39 = 0 \qquad -0{,}06 = 0$

v_1 = 2,45 m/detik

$2{,}45 - 0{,}563\sqrt{3{,}25} - 0{,}563\sqrt{5{,}6} = 0$

$2{,}45 - 1{,}01 - 1{,}33 = 0 \qquad +0{,}11 = 0$

v_1 = 2,42 m/detik

$2{,}42 - 0{,}563\sqrt{3{,}45} - 0{,}563\sqrt{5{,}9} = 0$

$2{,}42 - 1{,}04 - 1{,}36 = 0 \longrightarrow +0{,}02 = 0$

Dengan interpolasi maka :

v_1 = 2,415 persamaan (3) menjadi = 0

$v_2 = \sqrt{(12{,}25 - 8{,}74)} = 1{,}87$ m/detik

$v_3 = \sqrt{(21 - 15)} = 2{,}44$ m/detik

Debiet dari pipa BC $= \frac{1}{4}\pi\,d_2^2\,v_2 = \frac{1}{4}\pi\cdot(0{,}15)^2$

$1{,}87 = 0{,}0341\ m^3/detik$

Debiet dari pipa BD $= \frac{1}{4}\pi\,d_3^2\,v_3 = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot(0{,}15)^2$

$2{,}44 = 0{,}0433\ m^3/detik$

SOAL—SOAL

1. Sebuah pipa bergaris tengah 50 mm dan panjangnya 6 m, air mengalir di dalamnya dengan kecepatan 2,4 m/detik. Berapa besar kehilangan enersi dapat diselamatkan apabila pada jarak 1,8 m dari pangkal pipa diganti dengan yang bergaris tengah 75 mm, yang melebar secara tiba-tiba ($f = 0{,}01$, $C_c = 0{,}62$)

   (0,164 m)

2. Pipa yang panjangnya 45 m bergaris tengah 50 mm dihubungkan dengan tangki air yang besar, pangkal pipa berada 3 m di bawah permukaan air. Ujung pipa yang berada 6 m di bawah pangkalnya dihubungkan dengan pipa bergaris tengah 100 mm dan panjangnya 75 m yang terletak mendatar. Air mengalir ke udara terbuka.

   Hitunglah debiet alirannya bila kehilangan-kehilangan enersi karena pelebaran tiba-tiba dipangkal pipa tidak diabaikan, $f = 0{,}008$ untuk kedua pipa.

   ($4{,}66 \cdot 10^{-3}$ m/detik)

3. Dua buah reservoir air yang permukaan airnya berbeda tinggi nya 30 m, dihubungkan dengan pipa bergaris tengah 0,6 m dan panjangnya 3.000 m. Pipa itu melewati bukit yang tingginya 9 m lebih tinggi dari permukaan air reservoir yang paling tinggi dan jaraknya 300 m.

   Hitunglah kedalaman minimum di bawah puncak bukit untuk mengubur pipa itu, bila tekanan absolut dalam pipa minimum 3 m tinggi air, hitung pula debietnya bila $f = 0{,}0075$

   (0,559 m^3/detik; 5 m)

4. Sebuah pompa mengalirkan air kesebuah mulut pipa yang bergaris tengah 25 mm, melewati pipa sepanjang 180 m dan bergaris tengah 75 mm. Mulut pipa berada 9 m di atas pompa. Bila koefisien pengaliran mulut pipa = 0,94 sedang koefisien gesekan dari pipa = 0,012. Hitunglah tekanan yang diperlukan pada pompa bila debit 8 dm^3/detik.

   (426 kN/m^2)

5. Dua buah tangki air dihubungkan satu sama lain oleh sebuah pipa bergaris tengah 100 mm dan panjangnya 30 m. Perbedaan tinggi muka air pada kedua tangki ialah 6 m dan ujung-ujung pipa terletak 3 m di bawah permukaan air. Kedua ujung pipa mempunyai ambang tajam dan kehilangan tinggi enersi pada ujung-ujungnya diambil $0{,}5 \frac{v^2}{2g}$ .Lukiskan hidrolik gradientnya dan hitunglah :

   (a) Kecepatan aliran dalam pipa.

   (b) Tinggi tekanan dalam pipa pada jarak 15 m dari mulut, bila $f = 0{,}01$

   (2,94 m/detik; 2,68 cm)

6. Air dialirkan dari sebuah tangki dengan pipa bergaris tengah 50 mm dan panjangnya 45 m. Mulut pipa mempunyai ambang tajam, setelah itu ada pelebaran tiba-tiba karena dihubungkan dengan pipa bergaris tengah 75 mm dan 30 m panjangnya. Pipa menyadap air pada kedalaman 6 m di bawah permukaan.

   Tentukan debiet alirannya bila $f = 0{,}005$ untuk kedua pipa.

   (4,7 dm^3/detik)

7. Dua buah tangki A dan C berisi air dengan perbedaan tinggi permukaan 3 m dihubungkan dengan pipa ABC. Pipa AB bergaris tengah 100 mm, mulutnya berada 1,5 m di bawah permukaan air, letaknya horizontal sepanjang 30 m sampai titik B. Pipa BC panjangnya 24 m dan bergaris tengah 150 mm mengalirkan air kedalam tangki C dan letak ujung pipa 0,9 m di bawah permukaan airnya.

   Hitunglah debiet alirannya dan tinggi tekanan di B dalam pipa yang kecil. Semua kehilangan enersi diabaikan kecuali akibat gesekan, $f = 0{,}004$. Bila alat pengukur dipasang pada pipa yang bergaris tengah 100 mm, menyebabkan kehilangan tinggi enersi sebesar $\frac{1}{2} \frac{v^2}{2g}$, hitunglah kehilangan tenaganya bila dianggap debit aliran tidak berubah besarnya.

   (0,0262 m^3/detik; 1,78 m; 72,6 W)

8. 0,9 m^3 per menit minyak bumi dipompa kedalam pipa yang penjangnya 600 m dan bergaris tengah 100 mm. Minyak mempunyai kekentalan absolut sebesar 0,00525 kg m/detik dan berat jenis = 930 kg/m^3.
   Hitunglah kehilangan tinggi enersi akibat gesekan bila $f = 0{,}064\ R^{-0.23}$ dimana R adalah bilangan Reynold. Bila pompa mempunyai dfidiendi 65% dan minyak harus dinaikkan setinggi 18 m, tentukan HP dari pompa.
   (26 m; 9,3 kW)

9. Pipa induk bergaris tengah 675 mm dan panjangnya 1.500 m terletak mendatar kemudian bercabang dua pada ujungnya dengan garis tengah 450 mm dan masing-masing panjangnya 3.000 m.
   Pada cabang pipa yang satu air disadap sepanjang pipa secara beraturan tiap m nya sedang pada pipa cabang yang satu lagi setengah dari aliran air yang masuk juga disadap sepanjang pipa itu. Bila koefisien gesekan f = 0,006 hitunglah perbedaan tinggi enersi antara mulut pipa dan ujung pipa bila debiet air masuk ke kedua pipa adalah 0,28 m^3/detik. Dianggap hanya ada kehilangan enersi akibat gesekan sedang air mengalir keudara terbuka dari kedua pipa.
   (4,78 m)

10. Dua buah reservoir air yang mempunyai perbedaan permukaannya 18 m dihubungkan oleh pipa lurus sepanjang 900 m. Garis tengah pipa adalah 450 mm mulut pipa berada 2,4 m di bawah permukaan air sedang ujungnya berada 1,5 m di bawah muka air reservoir air yang sebelah bawah.
    Bila f = 0,008, hitung debiet alirannya di dalam pipa, dan tekanan pada titik 300 m jaraknya dari ujung pipa. Bila pipa induk yang bergaris tengah 450 mm bercabang dua pada jarak 300 m dari ujung pipa sedang garis tengahnya 300 mm, berapakah debiet aliran airnya dari reservoir sebelah atas dan tekanan pada titik terletak pada cabang pipa.
    (0,369 m^3/detik; 15,75 kN/m^2; 0,9 m^3/detik; — 5,9 kN/m^2)

11. Dua buah pipa yang panjangnya sama 3.000 m diletakkan sejajar dan dihubungkan dengan 2 buah reservoir air yang perbedaan permukaan airnya 15 m. Bila garis tengahnya masing-masing 300 mm dan 600 mm dan tahanan gesekan dinyatakan dengan $h = \frac{flv^{1,8}}{d^{1,2}}$ dimana f = 0,01 hitunglah debietnya dari kedua pipa.
    (0,158 m^3/ detik)

12. Dua buah reservoir air dihubungkan dengan dua buah pipa. Garis tengah pipa masing-masing 300 mm dan 600 mm, panjangnya masing-masing 1.500 m dan 3.000 m.
    Bila f = 0,008 untuk pipa yang kecil dan f = 0,006 untuk pipa yang besar. Berapa besarnya debiet dari pipa yang besar apabila pipa yang kecil mengalirkan air sebesar 0,56 m^3/detik.
    (0,256 m^3/detik)

13. Air dialirkan dari sebuah tangki yang permukaannya berada 15 m di atas tanah. Garis tengah pipa ialah 25 mm. Pada titik A, berjarak 18 m dari mulut pipa dan tingginya 6 m di atas tanah pipa bercabang dua dengan garis tengah 12,5 mm sedang panjangnya kedua pipa adalah 12 m dan air keluar dari ujung pipa di B pada ketinggian 1,5 m di atas tanah.
    Hitung debiet aliran dari tangki bila :
    (a) Bila hanya satu cabang dibuka.
    (b) Bila 2 cabang pipa terbuka f = 0,01 kehilangan enersi akibat pelebaran tiba-tiba diabaikan.
    (0,312 dm^3/detik; 0,585 dm^3/detik)

14. Sebuah reservoir A pada ketinggian 270 m permukaannya mengalirkan air ke reservoir B dan C dengan ketinggian permukaannya masing-masing 180 m dan 150 m. Dari reservoir A ke titik D dihubungkan dengan pipa bergaris tengah 300 mm dan panjangnya 16 km. Cabang pipa dari D ke B bergaris tengah 225 mm dan panjangnya 9,6 km, sedang dari D ke C garis

tengahnya 150 mm dan panjangnya 8 km.
Berapa debiet aliran ke B dan C bila f = 0,01
(29,3; 14,9 dm^3 /detik)

15. Sebuah reservoir A mengalirkan air dengan pipa bergaris tengah 450 mm dan panjangnya 900 m, ujung pipa ini bercabang dua, dimana cabang yang satu panjangnya 1,200 m memasukkan air kedalam reservoir B yang letak permukaannya 36 m di bawah A, sedang yang satu lagi panjangnya 1.500 m mengalirkan air ke reservoir C dimana permukaannya 45 m di bawah permukaan A.
Hitunglah garis tengah dari kedua cabang pipa itu bila debiet alirannya sama, yang bila disatukan debietnya dari kedua pipa itu sama dengan debiet dari pipa bergaris tengah 450 mm yang dihubungkan langsung dari A ke B. Abaikan semua kehilangan enersi kecuali akibat gesekan dan f untuk semua pipa dianggap sama.
(0,342 m; 0,332)

16. Tiga buah reservoir air A, B dan C dihubungkan dengan pipa. Permukaan air di B, 12 m di bawah A, sedang permukaan air di C, 30 m di bawah A. Dari A dua buah pipa penghubung bergaris tengah 150 mm dan 300 mm dan panjangnya 300 m diletakkan parallel sampai kesuatu bak penampung J, dimana pipa bergaris tengah 150 mm yang panjangnya 450 m menghubungkan J ke B dan pipa lainnya yang panjangnya 900 m dan bergaris tengah 300 mm menghubungkan J ke C, bila f = 0,01 untuk semua pipa hitung debiet alirannya ke B dan C. Abaikan semua kehilangan enersi lainnya.
(16 dm^3 /detik; 137 dm^3 /detik)

BAB XIII

PEMINDAHAN DAYA MELALUI PIPA

Bila pipa dipakai untuk memindahkan gaya, maka sebagian dari tinggi enersi H yang terdapat pada pangkal pipa dipakai untuk mengatasi akibat gesekan bila :

h_p = Tinggi enersi pada ujung pipa

h_f = Kehilangan enersi akibat gesekan

Q = Debiet aliran

w = berat jenis dari cairan.

maka : Daya yang tersedia pada ujung pipa = wQh_p

Daya yang tersedia pada pangkal pipa = wQH

Efisiency pemindahan daya = $\frac{wQh_p}{wQH} = h_p / H$

sedang $H = h_p + h_f$

$h_p = H - h_f$

Jadi : $\eta = \dfrac{H - h_f}{H} = 1 - h_f/H$

$h_f = (1 - \eta)\, H$

XIII. 1. Suatu pipa yang panjangnya dan garis tengahnya mempunyai perbedaan tinggi enersi H antara pangkal dan ujung pipa. Buatlah sketsa dari diagram untuk hubungan antara debiet aliran dengan gesekan h_f, antara debiet aliran dengan tinggi enersi pada ujung pipa h_p, debiet aliran dengan Daya dan debiet aliran dengan efisiensi pemindahan daya.

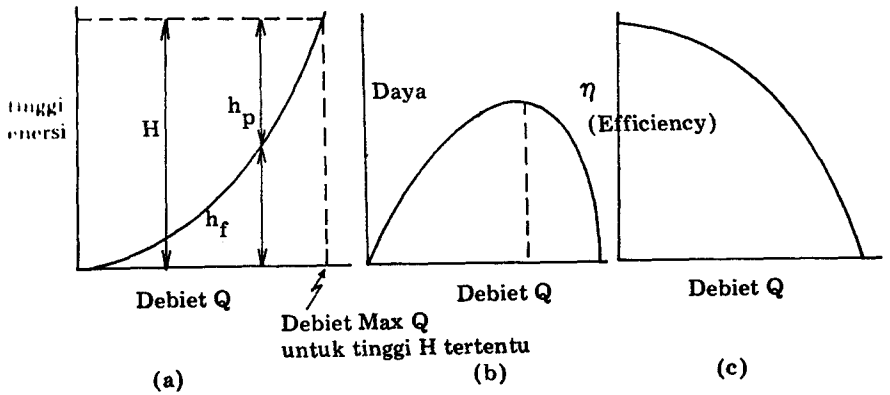
Jawab :

Dengan menggunakan rumus Darcy : $h_f = \dfrac{4fL}{d}\cdot\dfrac{v^2}{2g} = \dfrac{fLQ^2}{3\,d^5}$

nampak bahwa h_f sebanding dengan Q^2

Karena $h_p = H - h_f$ maka h_p juga sebanding dengan Q lihat gambar XIII — 1 (a)

Daya yang dipindahkan = wQh_p, terlihat pada gambar XIII — 1 (a) bila Q = 0; h_p maximum dan Daya = 0, bila Q maximum maka h_p = 0 dan daya = 0. Pada harga-harga pertengahan harga-harga Q dan h_p bernilai positip.



Gambar XIII — 1

Jadi hubungan antara daya dan debiet aliran akan digambarkan seperti gambar XIII — 1 (b).

Sedang $\eta = \dfrac{h_p}{H}$

Hubungan antara h_p dengan Q terlihat digambar XIII — 1 (a) dan untuk sesuatu harga dari H, hubungan antara η dan Q akan terlihat seperti pada gambar XIII — 1(c)

XIII. 2. Hitunglah pemindahan daya maximum yang terjadi melalui pipa, bila kehilangan enersi dianggap hanya disebabkan oleh gesekan.

Hitung Daya yang tersedia pada ujung pipa bila pipa bergaris tengah 200 mm dan panjangnya 4,8 km sedang air mempunyai tekanan sebesar 6.900 kN/m^2 pada ujung pipa, f = 0,007

Jawab :

H = tinggi enersi pada mulut pipa

h_f = kehilangan enersi akibat gesekan

Jadi tinggi enersi pada ujung pipa = $h_p = H - h_f$

$$\therefore\ h_p = H - \frac{4fL}{d}\frac{v^2}{2g} = H - cv^2 \quad (c = \text{konstanta})$$

Daya $P = wavh_p = wav\,(H - cv^2)$

Bila a = luas penampang pipa dan w = berat jenis cairan.
Agar Daya maximum maka :

$$\frac{dP}{dv} = 0$$

$$waH - 3\,wacv^2 = 0$$

$$H = 3\,cv^2 = 3\,\frac{4fL}{d}\cdot\frac{2g}{v^2} = 3\,h_f$$

$$h_f = \frac{1}{3}\,H$$

Kehilangan enersi akibat gesekan = $\frac{1}{3}$ tinggi enersi pada pangkal pipa.

Bila p = 6.900 kN/m^2

$$H = \frac{p}{w} = \frac{6.900}{9,81}\,\frac{10^3}{10^3} = 704 \text{ m tinggi air}$$

Untuk Daya maximum :

$$h_f = \frac{1}{3}\,H = \frac{1}{3}\,704 = 234,7 \text{ m tinggi air}$$

$$\text{Daya } h_p = \frac{2}{3}\,H = 469,3 \text{ m tinggi air}$$

Dengan menggunakan Rumus Darcy :

$$h_f = \frac{4fL}{d}\,\frac{v^2}{2g}$$

$$v^2 = \frac{2g\,dh_f}{4fl} = \frac{2g.\,0,2.\,234,7}{4\cdot 0,007.\,4.800} = 6,87$$

v = 2,62 m/detik

Daya maximum = w avh$_p$

$$= 9,81\,.\,10^3\,.\,\frac{1}{4}\,\pi\,.\,(0,2)^3\,.\,2,62\,.\,469,3 \text{ W} = 379 \text{ kW}$$

XIII.3. Berapakah jumlah pipa yang diperlukan yang berdiameter 150 mm untuk memindahkan daya sebesar 170 kW ke dalam turbin air, yang jauhnya 3,2 km dari gardu induk, bila efisiensi pemindahan daya, sebesar 92% dan f = 0,0075. Tinggi tekanan sebesar 4.800 kN/m^2 pada pangkal pipa.

Jawab :

Bila p_1 = tekanan pada pangkal pipa, dan p_2 = tekanan pada ujung pipa (pada turbin air) maka :

Tinggi enersi pada pangkal pipa = $H = \frac{p_1}{w}$

Tinggi enersi pada turbin air = $h_p = \frac{p_2}{w}$

Efisiency = $\eta = \frac{h_p}{H} = \frac{p_2}{p_1} = 0,92$

$p_2 = 0,92\,p_1 = 0,92 \cdot 4.800 = 4.420$ kN/m^2

Kehilangan enersi akibat gesekan = $h_f = \frac{(p_1 - p_2)}{w} = \frac{4fL}{d}\,\frac{v^2}{2g}$

$$v^2 = \frac{2gd}{4fL}\cdot\frac{(p_1 - p_2)}{w}$$

$$= \frac{2g \cdot 0,15 \cdot (4.800 - 4.420)\cdot 10^3}{4 \cdot 0,0075 \cdot 3,2 \cdot 10^3 \quad 9,81 \cdot 10^3} = 1,19$$

v = 1,095 m/detik

Daya yang dipindahkan oleh satu pipa bergaris tengah 150 mm.

$= P_2 \, a \, v$

$= 4.420 \times 10^3 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot (0{,}15)^2 \cdot 1{,}095 \, w$

$= 85{,}6 \cdot 10^3 \, w = 85{,}6 \, kW$

Daya yang diperlukan 170 kW

Jadi pipa yang diperlukan $= \frac{170}{85{,}6} = 2$

XIII.4. a. Air mengalir melalui pipa dari sebuah reservoir, panjang pipa L dan garis tengahnya d; garis tengah ujung pipa d
Bila kehilangan enersi pada ujung pipa sebesar $k \left(\frac{v_2}{2g}^n\right)$ dimana

k = konstanta
v_n = kecepatan aliran pada ujung pipa
f = koefisien gesekan pada pipa

Buktikan bahwa Daya maximum yang dipindahkan melalui pipa ialah :

$$\frac{d_n}{d} = \left[\frac{(1+k)\,d}{8\,f\,L}\right]^{\frac{1}{4}}$$

b. Pipa yang bergaris tengah 255 mm dan panjang 1.500 m mengalirkan air. Total tinggi enersi diukur dari garis tengah ujung pipa 270 m.

Koefisien kecepatan aliran pada ujung pipa 0,96 sedang $f = 0{,}006$, bila effisiensi keseluruhan untuk pemindahan daya itu sebesar 81%, hitunglah besarnya daya yang dipindahkan dan besarnya debiet aliran airnya.

Jawab :

$H = h_f + h_p$ = Jumlah seluruhnya dari enersi pada pangkal pipa

h_f = kehilangan enersi dalam pipa akibat gesekan.

h_p = besarnya daya

Agar pemindahan daya mencapai maximum maka $h_f = \frac{1}{3} H$ dan $h_p = \frac{2}{3} H$

sehingga $h_f = \frac{1}{2} h_p$ jadi :

$$h_f = \frac{4\,f\,L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Ujung pipa merubah sebagian dari h_p menjadi enersi kinetis $= \frac{v_n^2}{2g}$ sedang besarnya kehilangan enersi adalah: $k \left(\frac{v_n^2}{2g}\right)$, jadi :

$$h_p = \frac{v_n^2}{2g} + \frac{v_n^2}{2g} = (1 + k) \frac{v_n^2}{2g}$$

karena $h_f = \frac{1}{2} h_p$ maka :

$$\frac{4\,f\,L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{(1+k)}{2} \frac{v_n^2}{2g}$$

$$\frac{v^2}{v_n^2} = \frac{(1+k)\,d}{8\,f\,L}$$

Menurut hukum kontinuitas $\frac{1}{4} d^2 v = \frac{1}{4} d_n^2 v_n$

$$\frac{d_n}{d} = \left(\frac{v}{v_n}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{(1+k)\,d}{8\,f\,L}\right]^{\frac{1}{4}}$$

Tinggi kecepatan pancaran air = $\frac{v_n^2}{2g} = 0{,}81 \cdot H$

$= 0{,}81 \cdot 270 = 219$ m tinggi air

$v_n = \sqrt{(2g \times 219)} = 65{,}6$ m/detik

Bila C_v = koefisien kecepatan pada ujung pipa, maka

$v_n = Cv\sqrt{(2\,g\,hp)}$

$h_p = \frac{v_n^2}{2g \cdot C_v^2} = \frac{219}{(0{,}96)^2} = 237$ m tinggi air

Kehilangan enersi dalam pipa $h_f = H - h_p = 270 - 237$

$= 33\text{ m} = \frac{4\,f\,L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$

dimana v = kecepatan aliran dalam pipa :

$v = \sqrt{\frac{h_f \cdot 2\,g\,d}{4\,f\,L}} = \sqrt{\frac{33 \cdot 2g \cdot 0{,}225}{4 \cdot 0{,}006 \cdot 1.500}} = 2{,}01$ m/detik

Debiet aliran = $Q = \frac{1}{4}\pi\ d^2\ v = \frac{1}{4}\pi\ (0{,}225)^2 \cdot 2{,}01$

$= 0{,}08\ m^3/detik$

Tenaga atau Daya yang dipindahkan = $wQ\frac{v_n}{2g}$

$= 9{,}81 \times 10^3 \cdot 0{,}08 \cdot 219$ W

$= 172$ kW

XIII.5. Suatu pipa yang bergaris tengah 375 mm dan panjangnya 1.800 m mempunyai tinggi enersi 240 m yang akan disalurkan melalui pipa.

Ujung pipa mempunyai garis tengah 50 mm dan koefisien kecepatannya 0,972.

Bila f = 0,005 hitunglah

(a) kecepatan pancaran air;

(b) Debiet aliran

(c) Daya dari pancaran air.

Jawab :

(a) Kehilangan enersi akibat gesekan = $h_f = \frac{4\,f\,L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$

Tinggi enersi pada ujung pipa = $H - \frac{4\,f\,L}{D}\frac{v^2}{2g}$

Kecepatan pancaran air = $v = C_v\sqrt{2g\,(H - \frac{4\,f\,L}{D}\frac{v^2}{2g})}$

$v^2 = C_v^2\ 2g\,(H - \frac{4\,f\,L}{D}\frac{v^2}{2g})$ ..... (1)

Dari persamaan kontinuitas $\frac{1}{4}\pi\,D^2\,v = \frac{1}{4}\pi\,d^2\,v$

d = garis tengah pancaran air, jadi $v = V\frac{d^2}{D^2}$

diisikan dalam persamaan (1)

maka $v^2 = C_v^2\ 2g\,(H - 4\,f\,L\ \frac{v^2}{2g}\ \frac{d^4}{D^5})$

$= (0{,}972)^2\ 2g\,(240 - \frac{4 \cdot 0{,}005 \cdot 1.800 \cdot v^2\ (0{,}05)^4}{2g \cdot (0{,}375)^5})$

$v^2 = 18{,}56\,(240 - 0{,}001545\,v^2)$

$1{,}028\,v^2 = 4.460$

$v^2 = 4.350$

$v = 66$ m/detik (kecepatan pancaran air)

(b) Debiet aliran = $\frac{1}{4}\pi d^2\ v = \frac{1}{4}\pi\ (0{,}05)^2 \cdot 66$

$= 0{,}1296\ m^3/detik$

(c) Daya dari pancaran air = $\frac{wQv^2}{2g}$

$$= \frac{9{,}81 \times 10^3 \times 0{,}1296 \times 66^2}{2 \times 9{,}81} = 282.500 \text{ W}$$

$$= 282{,}5 \text{ kW}$$

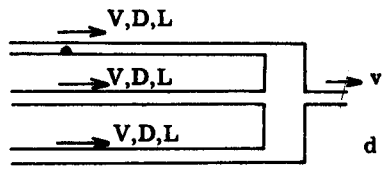
XIII.6. Turbine Pelton digerakkan oleh pancaran air yang airnya mengalir melalui 3 buah pipa sejajar yang panjangnya sama L, dan garis tengahnya masing-masing D, sedang koefisien geseknya sebesar f

Ketiga pipa itu aliran airnya dikumpulkan pada bak pengumpul yang mempunyai hanya sebuah lubang pancaran.

Tentukan besarnya garis tengah lubang pancaran air agar air memberikan daya maximum.

Bila D = 150 mm, L = 1.350 m, f = 0,0075 sedang H = 216 m. Hitung berapa garis tengah lubang pancaran air itu.

Jawab :



Gambar XIII — 2

(a) Agar terjadi daya maximum maka pada tiap pipa :

$$h_f = \frac{1}{3} H$$

$$h_p = \frac{2}{3} H$$

$$h_f = \frac{1}{2} h_p \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Menggunakan rumus Darcy $h_f = \frac{4 f L}{D} \frac{V^2}{2g}$

$h_p = \frac{v^2}{2g}$ (v = kecepatan pancaran air)

Dimasukkan pada persamaan (1) maka

$$\frac{4 f L}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{8 f L}{D} = \frac{v^2}{V^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Hukum kontinuitas menghasilkan :

$$3 \left(\frac{1}{4} \pi\right) D^2 V = \frac{1}{4} \pi d^2 v$$

$$\frac{v}{V} = 3 \frac{D^2}{d^2}$$

Dimasukkan kedalam persamaan (2) maka :

$$\frac{8 f L}{D} = \frac{9 D^4}{d^4}$$

$$d = \frac{\sqrt[4]{9D^5}}{8 f L}$$

Memasukkan D = 150 mm, f = 0,0075 dan L = 1.350 maka :

$$d = \frac{\sqrt[4]{9 \times (0{,}15)^5}}{8 \times 0{,}0075 \times 1.350} = 0{,}054 \text{ m}$$

Jadi garis tengah ujung pipa = 54 mm

(c) Tinggi daya $h_p = \frac{2}{3} H = \frac{2}{3} \times 216 = 144$ m

Kecepatan pancaran air = $v = \sqrt{2gh_p} = \sqrt{(2g \times 144)}$

$= 53{,}2$ m/detik.

Daya = $w Q h_p = w \frac{1}{4} \pi d^2 v h_p$

$= 9{,}81 \times 10^3 \times \frac{1}{4} \pi (0{,}054)^2 \times 53{,}2 \times 144$

$= 172.000 \text{ W} = 172 \text{ kW}.$

SOAL-SOAL

1. Terangkan kehilangan enersi yang terjadi akibat pemindahan tenaga hidrolik dan cara-cara untuk mengecilkan kehilangan-kehilangan enersi itu.

   Daya sebesar 75 kW harus dipindahkan melalui pipa sepanjang 16 km, sedang tinggi tekanan pada pangkal pipa sebesar 6.900 kN/m^2.

   Bila kehilangan tekanan tiap km sebesar 43,2 kN/m^2 dan f = 0,006, berapakah besarnya garis tengah pipa dan efficiency pemindahan dayanya ?

   (0,146 m; 90%)

2. Air dialirkan untuk menggerak turbine Pelton melalui pipa yang panjangnya 1.200 m, sedang tinggi jatuh air sebesar 126 m diukur dari permukaan air sampai ujung pipa. Bila daya yang dihasilkan 300 kW oleh turbine tersebut sedang effisiensinya 70% dan f = 0,008 hitunglah ukuran garis tengah pipa yang terkecil yang akan dipergunakan.

   (0,46 m)

3. Air dialirkan melalui pipa bergaris tengah 50 mm dan panjangnya 60 m sedang tinggi enersinya sebesar 16,5 m. Air memancar melalui ujung pipa yang mempunyai koefisien kecepatan sebesar 0,98.
   Hitunglah garis tengah ujung pipa (nozzle) bila f = 0,006 sedang debiet alirannya sebesar 220 dm^3/menit.

   (17,9 mm)

4. Sebuah pompa memompakan air melalui 2 buah pipa yang panjangnya 45 m. Ujung-ujung pipa mempunyai koefisien kecepatan 0,97 dan memancarkan air dengan garis tengah 37,5 mm dengan kecepatan 24 m/detik, bila tinggi ujung pipa sama dengan tinggi pompa.

   Bila kehilangan enersi akibat gesekan pada pipa-pipa tidak melebihi 20% dari daya hidrolik yang terdapat dipangkal pipa, hitunglah :

   (a) Garis tengah pipa-pipa bila f = 0,007

   (b) Daya yang diperlukan untuk menggerakkan pompa bila effisiensi pompa 70% dan pompa itu menyedot air yang permukaannya 3 m dibawah ujungpipa.

   (98,5 mm; 31,1 kW)

5. Beberapa buah turbine air dijalankan dengan air melalui pipa yang panjangnya 300 m. Tekanan pada ujung pipa turbine 4.140 kN/m^2. Daya yang di hasilkan turbine 220 kW, sedang kehilangan enersi pada pipa-pipa 88 kW. Hitunglah garis tengah pipa yang diperlukan bila f = 0,03, dan tentukan besarnya tekanan pada ujung pompa.

   Berapakah besarnya daya maximum yang dapat dihasilkan turbine untuk tekanan pompa yang sama ?

   (137 mm; 5.790kN/m^2; 222 kW)

6. Sebuah turbine air menghasilkan daya sebesar 185 kW bila tekanan air pada turbine sebesar 4.150 kN/m^2. Panjang pipa 270 m dan kehilangan enersi akibat gesekan dalam pipa 7,5 kW. Bila f = 0,0075, hitunglah :

   (a) Garis tengah pipa

   (b) Tekanan dalam bak pengumpul yang mengalirkan air ke dalam pipa pada pangkalnya.

   (150 mm; 4.320 kN/m^2)

7. Daya pancaran air memutar turbine Pelton sebesar 1.350 kW, tinggi enersi total 270 m. Air dialirkan dari reservoir melalui pipa sepanjang 1.500 m, f = 0,005. Koefisien kecepatan pada ujung pipa 0,97. Kehilangan-kehilangan enersi seluruhnya 9% dari tinggi enersi total.

   Hitung :

   (a) Garis tengah pipa

   (b) Garis tengah pancaran air.

   (0,62 m; 101 mm)

8. Sebuah pipa memindahkan daya sebesar 260 kW pada 2,4 km. Bila tekanan air dipangkalnya 3.300 kN/m^2, hitunglah berapa buah pipa diperlukan untuk memindahkan daya bila efisiensi = 92% dan f = 0,01.

   (6 buah)

9. Tinggi permukaan air 30 m diatas mulut pipa yang bergaris tengah 75 mm yang panjangnya 180 m. Bila f = 0,01, berapakah garis tengah ujung pipa pemancar yang memberikan daya maximum dan berapakah besarnya daya itu.

   (20,2 mm; 1,26 kW)

10. Tinggi air total dari permukaan reservoir sampai ketempat ujung pipa pemancar air yang memutar turbine Pelton adalah 300 m. Panjang pipa 3.000 m dan f = 0,005. Turbine menghasilkan daya sebesar 10.500 kW dengan efisiensi 85%, sedang efisiensi pemindahan daya pada pipa adalah 90%. Bila koefisien kecepatan pada ujung pipa pancaran air 0,98 hitunglah :

    (a) Garis tengah pipa-pipa;

    (b) Garis tengah pancaran air.

    (1,31 m; 0,146 m)

11. Empat buah pipa sejajar mengalirkan air ke dalam pipa pemancar. Bila kehilangan -kehilangan enersi diabaikan pada sambungan pipa-pipa buktikan bahwa daya pancaran maximum bila

$$d = \sqrt[4]{\frac{2\,D^5}{f\,l}}$$

d = garis tengah pancaran air
D = garis tengah pipa
l = panjang pipa masing-masing

Tentukan garis tengah pancaran air dan kecepatan aliran air bila D = 600 mm; l = 3.000 m, f = 0,005 bila H = 30 m.

(0,319 m; 19,85 m/detik; 312 kW)

12. Air mengalir dari sebuah reservoir melalui pipa yang panjangnya 3.220 m. Perbedaan tinggi antara permukaan air di reservoir dan garis tengah ujung pipa pemancar tetap setinggi 214,8 m sedang debiet alirannya 3,17 m^3/detik. Hitung garis tengah pipa dan ujung pipa pemancar bila 85% dari daya potensial air dari reservoir menjadi daya kinetis pada ujung pipa f = 0,0075, kehilangan-kehilangan enersi yang lainnya diabaikan.

    (1,20 m; 0,26 m)

B A B XIV

GESEKAN CAIRAN, KEKENTALAN DAN MINYAK LANDASAN POROS

Bila cairanaberada dalam keadaan diam, maka gaya geseran tidak akan terjadi antara cairan dengan benda padat yang membatasinya atau antara lapisan-lapisan cairan itu sendiri akan tetapi bila cairan itu bergerak, maka akan terjadi perbedaan-perbedaan kecepatan antara cairan dan benda padat yang membatasinya atau antara lapisan-lapisan itu sendiri dan gaya geseran akan timbul dan menyebabkan terjadinya gaya gesekan.

Jadi bila v adalah kecepatan rata-rata dari lapisan-lapısan cairan terhadap benda padat yang membatasinya maka :

$$\text{Gesekan akibat gaya geser} = k\ v^n$$

Angka n tergantung dari jenis alirannya dan n = 1 untuk aliran cairan yang kental (laminar). Untuk aliran turbulen n = 2.

Pada aliran cairan yang mempunyai kekentalan, gaya geser tergantung dari koefisien kekentalan dinamis dan gradient kecepatan pada arah tegak lurus pada arah aliran di sebabkan karena lapisan-lapisan cairan mengalir dengan kecepatan yang berbeda-beda.

Gaya geser akibat kekentalan = $\tau = \eta$ x gradient kecepatan.

Koefisien kekentalan dinamis adalah gaya geser yang diperlukan untuk menggerakkan lapisan cairan terhadap lapisan cairan yang lainnya sejauh satuan jarak tertentu dengan satuan kecepatan tertentu.

XIV. 1. a. Lukiskan garis-garis lengkung yang menunjukkan sifat-sifat dan hasil-hasil dari gesekan permukaan dari bidang-bidang datar dari bermacam-macam bahan dan bermacam-macam panjangnya yang bergerak di air yang diperoleh Froude.

b. **Bila f = 2,63 dan n = 1,83, hitunglah daya yang diperlukan untuk mengatasi tahanan gesekan dari kapal, bila permukaan basahnya 2.200 m^2 dan bergerak dengan kecepatan 18 knot (1 knot = 1,853 km/jam)**

Jawab :

a. **Percobaan-percobaan dilakukan oleh Froude pada tahun 1872.**

Papan-papan pipih yang permukaannya berlainan kekasarannya ditarik di dalam air yang diam dengan kecepatan yang beraturan. Hasil-hasilnya dicatat yaitu gaya tarik dan kecepatannya.

Papan-papan itu tebalnya 3/16 inci, lebarnya 19 inci sedang panjangnya antara 1 sampai 50 feet (1 inci = 2,54 cm; 1 foot = 30,48 cm).

Papan ditenggelamkan sedalam 1½ inci. Diketemukan bahwa gaya gesekan :

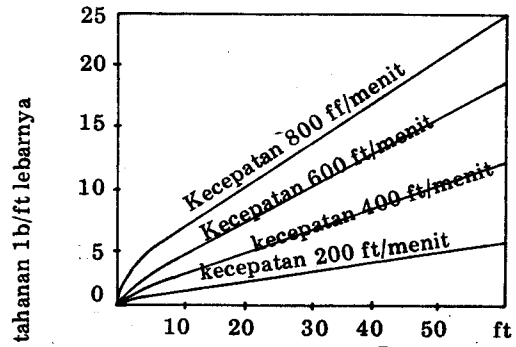
(1) Berubah-ubah tergantung dari keadaan permukaan papan-papan.

(2) Sebanding dengan v^n , dimana n tergantung dari sifat permukaan papan, dan turun- harganya bila panjangnya bertambah, dan tidak tergantung dari kecepatan v.

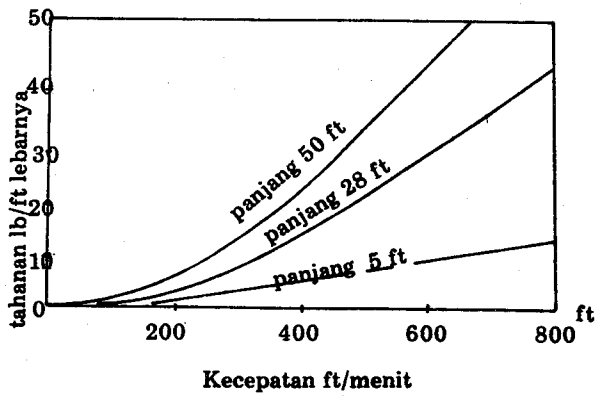
(3) Naik harganya sebanding dengan panjangnya meskipun gesekan tiap satuan luas turun, sedang bila panjangnya bertambah harganya menjadi tetap (konstan) pada ukuran panjang yang besar.

Bila A adalah luas permukaan basah, f tahanan gesekan tiap satuan luas pada kecepatan satuan maka :

Jumlah tahanan gesekan = f A v^n



Gambar XIV — 1



Gambar XIV — 2

(Diambil sesuai dengan hasil asli dari data percobaan)

Gambar XIV — 1 menunjukkan hasil yang didapat bagi bermacam-macam besarnya gesekan dan bermacam-macam panjangnya pada kecepatan yang tetap, sedang Gambar XIV — 2 menunjukkan hubungan antara bermacam-macam gesekan dan kecepatan untuk panjang tertentu.

b. Karena diketahui f = 2,63, A = 2.200 m^2, n = 1,83

dan v = 18 knots = 18 x $\frac{1.853}{3.600}$ = 9,27 m/detik, maka :

Jumlah tahanan gesekan = fAv^n

$= 2{,}63 \times 2.200 \times 9{,}27^{1{,}83}$

$= 339.000$ N

Daya yang diperlukan = tahanan gesekan x kecepatan.

= 339.000 x 9,27 = 3.140.000 W = 3.140 kW

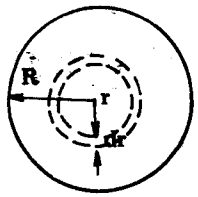
XIV.2. Sebuah dinamometer hidrolik terdiri dari piringan tipis yang bergaris tengah 200 mm berputar di dalam pipa yang penuh berisi air.

Gaya gesekan pada permukaan piringan 3,12 v^2 N/m^2 dimana v adalah kecepatan lineair pada setiap titik dalam m/detik. Hitunglah daya yang diperlukannya bila piringan itu diputar dengan 5.000 putaran/menit.

Pengaruh dari poros dan tepi piringan diabaikan.

Jawab :

Bila ω = kecepatan sudut dari piringan, maka pada jari-jari tertentu r (gambar XIV — 3) :



Gambar XIV — 3

Kecepatan permukaan = v = ωr

Gaya gesekan tiap satuan luas :

= 3,12 v^2 = 3,12 ω^2 r^2 N/m^2

Ditinjau cincin selebar dr. Gaya gesekan = 3,12 ω^2 r^2 2 π r dr N

Momen gesekan elementair = Gaya gesekan x jari-jari.

$dT = 3{,}12\ \omega^2\ r^2 .\ 2\pi\ r\ dr\ .\ r$ Nm

Diinterasikan dari r = 0 sampai r = R, maka momen pada satu sisi piringan :

$$T = 3{,}12\ \omega^2 \times 2\pi \int_0^R r^4\ dr = \frac{6{,}24}{5}\ \pi\ \omega^2\ R^5$$

Karena ada 2 permukaan maka :

Daya yang diperlukan = 2 ω T = 2,5 ω^3 R^5 Nm/detik

$\omega = (2\pi \cdot 5\,000)/60 = 523$ Rad/detik dan R = 0,1 m

Daya yang diperlukan = 2,5 π $(523)^3$ $(0{,}1)^5$ Nm/detik

= 11.250 W = 11,25 kW

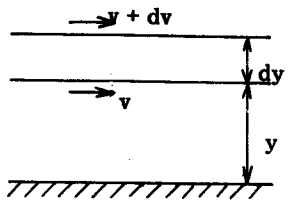
XIV.3. Apakah yang dimaksud dengan :

(a) Koefisien kekentalan dinamis

(b) Kekentalan kinematis cairan

Jawab :

(a) Bila cairan bergerak maka gaya-gaya geser timbul antara lapisan-lapisan cairan karena kecepatan lapisan berbeda-beda antara lapisan-lapisan itu sendiri atau pada perbatasan cairan dengan benda padat.



Pada gambar XIV — 4 lapisan berjarak y dari dasar bergerak dengan kecepatan v, sedang lapisan pada jarak y + dy bergerak dengan kecepatan v + dv.

Gambar XIV — 4

Gaya geser akibat kekentalan antara lapisan-lapisan :

η x kecepatan gradient atau

$$\tau = \eta \frac{dy}{dv} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Koefisien kekentalan dinamis η ialah gaya tangensial tiap satuan luas yang diperlukan untuk menggerakkan satu lapisan cairan dengan satuan kecepatan terhadap lapisan yang lainnya pada cairan itu sehingga terpisah dengan satuan jarak dari lapisan itu.

Satuan-satuan yang dipergunakan untuk mengukur besarnya η dapat diperoleh dari persamaan (1)

$$\eta = \frac{\text{gaya geser}}{\text{kecepatan gradient}} = \frac{\text{gaya/luas}}{\text{kecepatan/jarak}}$$

$$\text{Gaya} = \text{massa x percepatan} = \frac{\text{massa x panjang}}{(\text{waktu})^2}$$

$$\text{Luas} = (\text{panjang})^2 \; ; \; \text{kecepatan} = \frac{\text{panjang}}{\text{waktu}}$$

$$\text{Jadi : } \eta = \frac{\text{massa}}{\text{panjang x waktu}}$$

$$\text{(b) Kekentalan kinematis} = \frac{\text{kekentalan dinamis}}{\text{kerapatan massa}} = \upsilon = \frac{\eta}{\rho}$$

$$\upsilon = \frac{\text{massa/(panjang x waktu)}}{\text{massa/(panjang)}^3} = \frac{(\text{panjang})^2}{\text{waktu}} = \frac{L^2}{T}$$

XIV.4. Suatu benda mempunyai massa 36 kg meluncur diatas pelat datar dengan kecepatan 2,1 m/detik. Luas dasar benda itu 360 cm^2.

Hitunglah gaya yang diperlukan untuk mengalahkan gesekan bila :

(a) Tidak ada minyak pelumas antara benda dengan pelat itu dan koefisien gaya gesekan $\mu = 0{,}2$

(b) Bila ada minyak pelumas setebal 0,25 mm antara benda dengan gelat itu sedang kekentalan minyak pelumas 0,96 poise.

Jawab :

(a) Bila tidak ada minyak pelumas maka :
Gaya gesekan = μ x gaya normal = 0,2 x 36 g
= 70,5 N

(b) Bila ada minyak pelumas :
Gaya geser akibat kekentalan $\tau = \eta$ x kecepatan gradient.
Kecepatan benda relatif terhadap pelat = v = 2,1 m/detik.
Tebal lapisan pelumas = t = 0,00025 m.

$$\text{Kecepatan gradient} = \frac{2{,}1}{0{,}00025} \text{ m/detik Per m}$$

Kekentalan = 0,96 poise = 0,096 kg/m · detik

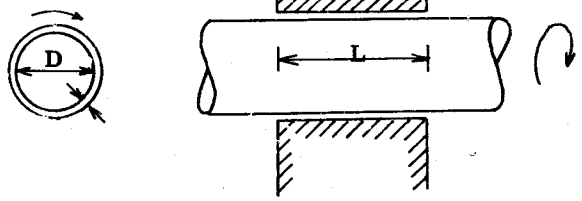
$$\text{Gaya geser akibat kekentalan} = \tau = \eta \frac{v}{t} = \frac{0{,}096 \text{ x } 2{,}1}{0{,}00025}$$

$= 807 \text{ N/m}^2$

Gaya geser = τ x luas benda yang menyentuh pelat
= 807 x 0,036 = 29 N

XIV.5. Suatu poros mesin gergaris tengah 74,90 mm berputar pada landasannya yang bergaris tengah 75,03 mm dan panjangnya 75 mm. Celah antara poros dan landasan diisi minyak pelumas yang mempunyai koefisien kekentalan sebesar 0,096 kg/m·detik.
Hitunglah besarnya gaya yang diperlukan untuk mengatasi tahanan gesekan pada kecepatan putar 1.400 putaran/menit.

Jawab :



Gambar XIV — 5

Poros dan landasan mempunyai sumbu yang berimpit dan kecepatan gradient pada lapisan minyak keadaannya beraturan karena landasannya diam maka :

$$\text{Kecepatan gradient} = \frac{v}{t}$$

Gaya geser akibat kekentalan = η x kecepatan gradient

$$= \eta \frac{v}{t}$$

Gaya pada poros = gaya geser x luas permukaan

$$= \eta \frac{v}{t} \times \pi \; D \; L$$

Daya yang diperlukan = gaya akibat kekentalan minyak pelumas x kecepatan sudut.

$$= \eta \frac{v}{t} \times \pi \; D \; L$$

$$v = \frac{\pi \; D \; N}{60} = \frac{1.400 \times 0{,}0749 \times \pi}{60} = 5{,}5 \text{ m/detik}$$

$$t = \frac{0{,}07503 - 0{,}07490}{2} = 0{,}000065 \text{ m}$$

$$\text{Daya yang diperlukan} = \frac{0{,}096 \times (5{,}5)^2 \times \pi \; 0{,}0749 \times 0{,}075}{0{,}000065} \text{ W}$$

$$= 792 \text{ W}$$

XIV.6. Suatu tekanan pada bagian bawah poros vertikal ditahan oleh piringan pipih yang bergaris tengah 100 mm dipisahkan dari pelat penampangnya oleh suatu lapisan minyak pelumas setebal 0,25 mm.

Bila poros itu berputar dengan kecepatan 1.000 RPM (putaran tiap menit = Rotation per minute) sedang kekentalan minyak pelumas itu 1,3 poise hitunglah daya yang diperlukan untuk mengatasi gesekan cairan itu.

Jawab :

Kecepatan permukaan dari piringan pipih, kecepatan gradient dan gaya geser akibat kekentalan dalam minyak pelumas akan berubah-berubah sesuai dengan jari-jarinya (Lihat gambar XIV — 3) Ditinjau suatu benda elementer selebar dr.

Kecepatan gradient rata-rata pada jari-jari :

$$r = \frac{v}{t}$$

Gaya geser akibat kekentalan pada jari-jari :

$$r = \eta \frac{v}{t}$$

Gaya pada benda elementer = gaya geser x luas

$$= \eta \frac{v}{t} \times 2\pi \; r \; dr$$

Karena v = ω r dimana ω = kecepatan sudut poros maka,

Gaya total pada piringan $= \frac{2 \pi \eta \omega}{t} r^2 \; dr$

Momen akibat kekentalan pada piringan = gaya x jari-jari

$$= \frac{2 \pi \eta \omega \; r^3}{t} \; . \; dr$$

Daya yang diperlukan itu $= \int \frac{2 \pi \eta \omega^2 \; r^3 \; dr}{t}$

Diintegrasikan dari r = 0 sampai r = R

Daya yang diperlukan = $\frac{\pi \eta \omega^2 R^4}{2t}$

u = 1,3 poise = 0,13 kg/m · detik

$\omega = \frac{2\pi \cdot 1.000}{60}$ = 104,8 Radial/detik

t - 0,25 mm = 0,00025 m ; R = 0,05 m

Daya yang diperlukan untuk mengatasi gesekan :

$= \frac{\pi x\ 0{,}13 \times (104{,}8)^2 \times (0{,}05)^4}{2 \times 0{,}00025}$ = 56 W

SOAL—SOAL

1. Tahanan terhadap suatu gerakan besarnya 24 N/m^2 pada arah bidangnya dari sebuah piringan pipih di dalam air sebanding dengan pangkat dua dari kecepatannya (v^2) pada kecepatan 3 m/detik.

   Tentukan daya yang diperlukan untuk memutar piringan pipih, dibuat dari bahan yang sama, yang bergaris tengah 600 mm pada kecepatan 1.200 RPM

   (32,6 kW)

2. Sebuah piringan pipih yang ditempatkan di dalam tempat yang terisi air yang digunakan untuk mengukur daya dari motor bensin yang berputar dengan putaran 1.800 RPM. Percobaan pada bahan yang sama menunjukkan hasil bahwa tahanan gesekan tiap m^2 sama dengan 2,67 v^2 N, dimana v adalah kecepatannya dinyatakan dengan m/detik. Berapa garis tengah yang diperlukan oleh piringan itu, bila motor bensin mengeluarkan daya sebesar 37 kW

   (484 mm)

3. Sebuah piringan bundar yang bergaris tengah 600 mm berputar dengan kecepatan 1.200 RPM. Tahanan pada permukaannya 1,92 N/m^2 pada titik dimana kecepatannya sebesar 3 m/detik.

   Berapa besarnya momen yang dibutuhkan : untuk mempertahankan putaran itu bila gesekan sebanding dengan pangkat dua dari kecepatannya.

   (20,5 Nm)

4. Tahanan gesekan pada permukaan pelat yang luasnya 1 m^2, bila bergerak di dalam air ditemukan sebesar 34,5 N pada kecepatan 3 m/detik dan 124,5 N pada kecepatan 6 m/detik.

   Hitunglah daya yang diperlukan untuk memutar sebuah piringan pipih bergaris tengah 500 mm yang mempunyai sifat permukaan yang sama dengan diatas dan berputar di dalam air dengan kecepatan 1.500 RPM. Piringan itu berporos de-

ngan garis tengah 25 mm

(13,25 kW)

5. Sebuah pengukur mesin listrik hidrolik yang terdiri dari 3 buah piringan sejajar yang mempunyai poros yang sama, berputar diantara piringan-piringan yang diam yang merupakan bagian dari tempatnya yang terisi penuh air. Piringan-piringan yang terletak sebelah luar bergaris tengah 0,6 m sedang yang tengah bergaris tengah 0,4 m, kedua belah sisi piringan berbatasan dengan air. Tahanan gesekan bila piringan itu bergerak di dalam air adalah sebesar :

$$R = 2{,}145\ v^{1{,}58}\ /m^2$$

dimana v dinyatakan di dalam m/detik dan R dalam Newton. Bila diperlukan daya sebesar 60 kW, hitunglah kecepatan putarannya dalam RPM.

(3.090 RPM)

6. Bila diketahui bahwa gesekan antara suatu permukaan dengan aliran dapat dinyatakan dengan rumus :

$R = f\ A\ v^2$, buatkan rumus untuk kehilangan enersi tiap detik, bila sebuah piringan dengan garis tengah r berputar di dalam air dengan kecepatan v.

Bila sekitar piringan itu terisi penuh oleh pusaran air yang ditekan dengan garis tengah 2 kali lipat dari piringan. Bandingkanlah kehilangan akibat gesekan antara pusaran dengan sisi-sisi piringan yang pipih dengan rumah pusaran itu dengan kehilangan akibat gesekan antara pusaran dengan piringan itu.

$(\frac{4}{5} f\ v^3\ r^2;\quad 32:1)$

7. Sebuah silinder sebelah dalamnya bergaris tengah 50,1 mm dan panjangnya 100 mm diletakkan tegak lurus. Sebuah poros yang menembus silinder itu bergaris tengah 50 mm berputar dengan kecepatan 0,6 m/detik. Hitunglah daya yang diperlukan untuk memutar poros itu bila ruang antara poros dengan silinder diisi penuh oleh minyak pelumas dengan kekentalan 2,5 poises.

(47,1 N)

8. Sebuah poros bergaris tengah 75 mm berputar konsentrik terhadap pipa tempatnya yang bergaris tengah 75,5 mm dan panjangnya 300 mm celah antara poros dan pipa diisi penuh minyak pelumas dan diketahui diperlukan momen sebesar 1 N.m untuk memutar poros dengan kecepatan 2.400 RPM.

Hitunglah besarnya koefisien kekentalan minyak pelumas.

(0,01 kg/m. detik)

9. Sebuah poros bergaris tengah 150 mm berputar di dalam silinder bergaris tengah 150,15 mm yang panjangnya 225 mm celah antara poros dan silinder diisi minyak pelumas. Daya yang diperlukan untuk memutar poros 1.000 RPM adalah 2,2 kW. Hitunglah koefisien kekentalan minyak pelumasnya.

(0,0252 kg/m . detik)

10. Poros yang bergaris tengah 150 mm berputar di dalam sebuah landasan silinder yang panjangnya 300 mm. Bila tebal minyak pelumas antara landasan dan poros 0,0625 mm sedang kekentalannya 1,54 poise. Hitunglah daya yang diperlukan untuk memutar poros sebesar 300 RPM.

(1,54 kW)

11. Tekanan dari suatu poros ditahan oleh cincin penahan. Lapisan minyak pelumas setebal 0,25 mm terdapat antara cincin penahan dengan landasannya. Permukaan penahan terdiri dari 3 buah landasan cincin yang dalamnya bergaris tengah 100 mm sedang luarnya bergaris tengah 150 mm. Kekentalan minyak pelumas 0,85 poise.

Hitunglah kehilangan enersi untuk mengatasi kekentalan momen putar pada penahan bila poros berputar dengan kecepatan 300 RPM.

(40 W)

BAB XV

ALIRAN AIR PADA TINGGI PERMUKAAN YANG BERBEDA

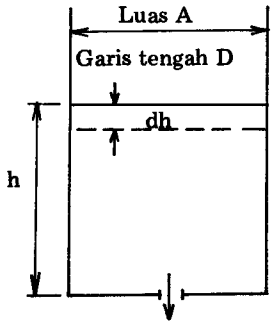
Waktu yang diperlukan untuk mengosongkan tangki

XV.1. Buatlah rumus untuk lamanya waktu yang diperlukan untuk mengosongkan air dari tangki berbentuk silinder, bila air mengalir dari dasar tangki melalui sebuah lubang.

Bila tangki itu bergaris tengah 1,8 m, sedang lubang di dasar tangki bergaris tengah 50 mm. Hitung tinggi air asalnya di dalam tangki bila air sebanyak 2,8 m^3 akan habis ke luar melalui lubang pada waktu 395 detik.

Diambil C_d (koefisien pengaliran) = 0,6

Jawab :



GAMBAR XV – 1

Pada saat t + dt permukaan air turun dh.

Hukum kesenantiasaan mengatakan :

Perubahan isi tangki = air yang keluar dari lubang

$$A\,(h - dh) - Ah = Q\,[(t + dt) - t\,] - A\,dh = Q\,dt$$

$$dt = -\frac{A}{Q}\,dh \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

sedang : $Q = C_d\, a\sqrt{2gh}$

dimana a = luas lubang diisikan pada persamaan (1) maka

$$dt = -\frac{A}{C_d\, a\sqrt{2g}}\, h^{-\frac{1}{2}}\, dh$$

Bila H_1 dan H_2 adalah tinggi semula dan tinggi kemudian dari air maka :

$$T = \frac{2A}{C_d\, a\sqrt{2g}}\,(H_1^{\frac{1}{2}} - H_2^{\frac{1}{2}}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$A = \frac{1}{4}\pi\, D^2 = \frac{1}{4}\pi \times (1{,}8)^2 = 2{,}55\ m^2$$

Turunnya muka air $= H_1 - H_2 = \frac{2{,}8}{2{,}55} = 1{,}1$ m

$T = 395$ detik; $C_d = 0{,}6$; $a = \frac{1}{4}\pi\ (0{,}05)^2\ m^2$ maka

$$H_1^{\frac{1}{2}} - H_2^{\frac{1}{2}} = \frac{395 \times 0{,}6 \times \frac{1}{4}\pi\ (0{,}05)^2\sqrt{2g}}{2 \times 2{,}55}$$

$$H_2^{\frac{1}{2}} = H_1^{\frac{1}{2}} - 0{,}404$$

$$H_2 = H_1 - 0{,}808\, H_1^{\frac{1}{2}} + 0{,}163$$

$$H_1 - H_2 = H_1 - (H_1 - 0{,}808\, H_1^{\frac{1}{2}} + 0{,}163) = 1{,}1\ m$$

$$0{,}808\, H_1^{\frac{1}{2}} = 1{,}263$$

$$H_1 = 2{,}45\ m$$

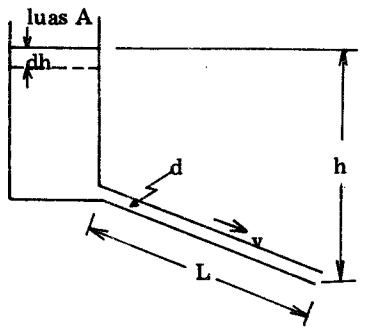
XV.2. Sebuah tangki air berbentuk silinder bergaris tengah 0,9 m dikosongkan melalui pipa berambang tajam dan bergaris tengah 50 mm dan panjangnya 3,6 m, f = 0,01. Hitunglah waktu yang diperlukan untuk menurunkan permukaan dari 2,4 m menjadi 1,2 m di dalam tangki air.

Jawab :

Digunakan persamaan Bernoulli pada permukaan air dan tempat keluar air ditambah kehilangan enersi jadi :

$$h = \frac{v^2}{2g} + (0{,}5\ \frac{v^2}{2g} + \frac{4\,f\,L}{d}\ \frac{v^2}{2g})$$

$$v = \frac{\sqrt{(2g)}\ h^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{[\,1{,}5 + (4fl)/d]}}$$



$$Q = \frac{1}{4}\pi\ d^2\ v$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\pi\, d^2\sqrt{(2g)}\ h^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{[\,1{,}5 + (4fl)/d]}}$$

Bila muka air turun dh pada waktu dt

maka $-a\,dh = Q\,dt$ (lihat soal XV.1.)

Gambar XV — 2

$$dt = -\frac{A\sqrt{[\,1{,}5 + (4fL)/d\,]}\ h^{-\frac{1}{2}}\ dh}{\frac{1}{4}\pi\, d^2\sqrt{(2g)}}$$

$$T = -\frac{4\,A\sqrt{[\,1{,}5 + (4fL)/d\,]}}{\pi\, d^2\sqrt{(2g)}} \int_{H_1}^{H_2} h^{-\frac{1}{2}}\ dh$$

$$= \frac{8\,A\sqrt{[\,1{,}5 + (4fL)/d\,]}}{\pi\, d^2\sqrt{(2g)}}\ (H_1^{\frac{1}{2}} - H_2^{\frac{1}{2}})$$

Bila $A = \frac{1}{4} \pi \times (0,9)^2$ m^2 ; d = 0,05 m; f = 0,01; L = 3,6 m

$H_1 = 2,4$ m; $H_2 = 1,2$ m.

Maka :

$$T = \frac{8 \times \pi \times 0,81 \sqrt{[\,1,5 + (4 \times 0,01 \times 3,6)/0,05\,]}}{4 \times \pi \times (0,05)^2 \times \sqrt{(2g)}}$$

$$(2,4^{\frac{1}{2}} - 1,2^{\frac{1}{2}}) = 138,8 \text{ detik.}$$

XV.3. Sebuah reservoir air yang luas permukaannya 33.000 m^2 mengalirkan air melalui ambang yang panjangnya 3,6 m. Sedang mercu ambang pada mulanya berada 0,6 m di bawah permukaan air. Hitung berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengurangi tinggi air di atas mercu ambang sebesar 0,5 m.

Sedang rumus debiet aliran melalui ambang $Q = 1,84\ Lh^{3}/^{2}$ (h = tinggi air di atas mercu ambang).

Jawab :

Sudah diketahui $-A\ dh = Q\ dt$

$$dt = -\frac{A}{Q}\ dh = -\frac{A}{1,84\ L}\ h^{-3/2}\ dh$$

$$T = \int -\frac{A}{1,84\ L}\ h^{-3/2}\ dh$$

Integrasi dari $h = H_1$ sampai $h = H_2$ maka diperoleh :

$$T = \frac{2\ A}{1,84\ L}\ \left(\frac{1}{H_2^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{H_1^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$T = \frac{2 \times 33.000}{1,84 \times 3,6}\ \left[\frac{1}{(0,1)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(0,6)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

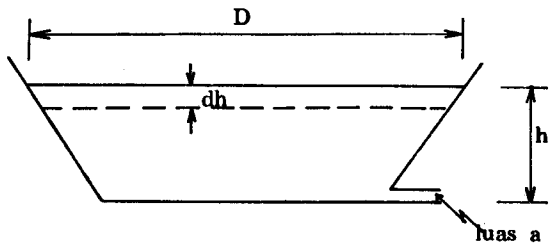
$= 997\ (3,162 - 1,291) = 18.680$ detik

$= 5$ jam, 11 menit, 20 detik

XV.4. Sebuah reservoir air berbentuk bulat bila penuh terisi air maka garis tengah permukaannya = 60 m, bila permukaan air turun 1,2 m garis tengah permukaannya menjadi 48 m. Air mengalir melalui lubang bergaris tengah 0,6 m; yang terletak 3 m di bawah permukaan bila air penuh.

Koefisien pengaliran ditentukan sebesar 0,8. Hitunglah waktu yang diperlukan untuk menurunkan air sebanyak 1,2 m.

Jawab :



Gambar XV — 3

Pada saat dt permukaan turun menjadi berkurang dengan dh; jadi

$$-A\ .\ dh = Q\ dt$$

Baik Q, debiet aliran, maupun A, luas permukaan berubah-ubah tergantung dari tinggi h

Karena pengaliran melalui lubang maka $Q = 0,8\ a\sqrt{2gh}$

Diketahui : Bila $h = 3$ m, $D = 60$ m dan bila $h = 1,8$ m $D = 48$ m

Jadi $D = 30 + 10\ h$

$$dt = \frac{A}{Q}\ dh = \frac{-\frac{1}{4}\pi\ (30 + 10\ h)^2}{0,8 \times \frac{1}{4}\pi\ (0,6)^2 \sqrt{(2g)}}\ h^{-\frac{1}{2}}\ dh$$

$$= -\frac{(900 + 600\,h + 100\,h^2)\,h^{-\frac{1}{2}}}{1{,}272}\,dh$$

$$dt = -(707\,h^{-\frac{1}{2}} + 471\,h^{\frac{1}{2}} + 78{,}7\,h^{3/2})\,dh$$

Integrasi dari $H_1 = 3$ m hingga $H_2 = 3 - 1{,}2 = 1{,}8$ m

$$T = -\int_3^{1{,}8} (707\,h^{-\frac{1}{2}} + 471\,h^{\frac{1}{2}} + 78{,}7\,h^{3/2})\,dh$$

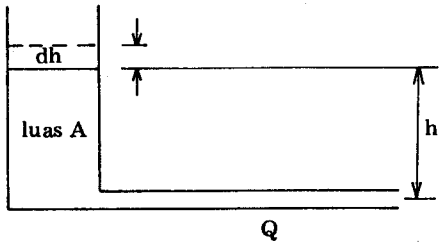
$$= -[(1.414\,h^{\frac{1}{2}} + 314\,h^{3/2} + 31{,}5\,h^{5/2})]_3^{1{,}8}$$

$= 1.778$ detik $= 29$ menit 38 detik

"Waktu yang diperlukan untuk mengisi sebuah reservoir air"

XV.5. Sebuah tangki bulat, bergaris tengah 1,8 m diisi air melalui pipa panjangnya 30 m bergaris tengah 50 mm, air masuk dari dasar tangki. Sebuah pompa yang memompakan air itu, mempunyai ukuran tetap sebesar 45 kN/m^2 pada pangkal pipa pengaliran air. Hitunglah waktu yang diperlukan untuk menaikkan permukaan air dari 0,9 m menjadi 1,8 m di atas dasar tangki f = 0,01

Jawab :



Gambar XV — 4

Menggunakan persamaan Bernoulli pada permukaan air dan pangkal pipa dan memasukkan kehilangan enersi maka :

$$H = h + \frac{f\,L\,Q^2}{3\,d^5}$$

Tekanan pada pangkal pipa = 45 kN/m^2 = 45.000 N/m^2
Jadi :

$$H = \frac{45.000}{9{,}81 \times 10^3} = 4{,}58 \text{ m}$$

f = 0,01; L = 30 m; d = 0,05 m

$$4{,}58 = h + \frac{0{,}01 \times 30 \times Q^2}{3 \times (0{,}05)^5}$$

$$Q = (14{,}35 - 3{,}125\,h)^{\frac{1}{2}} \times 10^{-3}$$

Bila air ditangki naik = setinggi dh pada saat dt maka

$$A\,[(h + dh) - h] = Q\,[(t + dt) - t]$$

$$dt = +\frac{Q}{A}\,dh$$

$$= \frac{A\,dh \times 10^3}{(14{,}35 - 3{,}125\,h)^{\frac{1}{2}}}$$

$(14{,}35 - 3{,}125\,h) = x$, jadi :

$$dh = -\frac{dx}{3{,}125}$$

$$dt = -\frac{A\,x^{-\frac{1}{2}}\,dx \times 10^3}{3{,}125}$$

$$T = -\frac{2\,A \times 10^3}{3{,}125}\,[X^{\frac{1}{2}}]_{x_1}^{x_2}$$

karena $A = \pi \times (0{,}9)^2$ m^2 ; $h_1 = 0{,}9$ m; $h_2 = 1{,}8$ m maka

$X_1 = 14{,}35 - 3{,}125 \times 0{,}9 = 11{,}54$ m
$X_2 = 14{,}35 - 3{,}125 \times 1{,}8 = 8{,}73$ m

$$T = -\frac{2 \times \pi \times 0{,}9^2 \times 10^3}{3{,}125}\,(8{,}73 - 11{,}54)$$

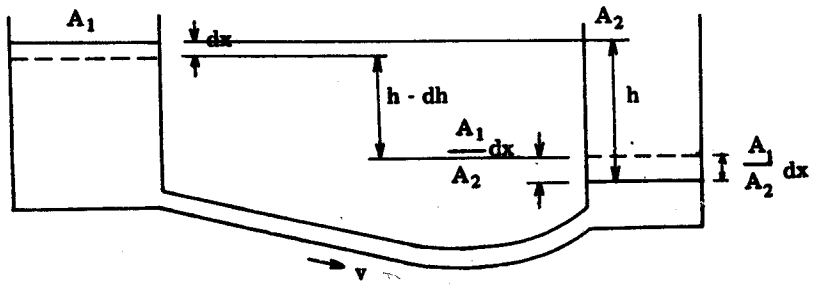
= 721 detik

XV.6. Aliran dari satu reservoir ke reservoir lainnya. Dua buah tangki air yang luas permukaannya A_1 dan A_2 dihubungkan oleh pipa bergaris tengah d yang panjangnya L, sedang koefisien gesekannya f.

Bila kehilangan enersi pada ujung-ujung pipa diabaikan (pelebaran tiba-tiba), turunkanlah rumus untuk waktu yang perlu agar perbedaan muka air berubah dari H_1 menjadi H_2

Bila H_1 = 1,8 m; A_1 = 8,4 m^2 dan A_2 = 4,6 m^2, hitunglah waktu yang diperlukan untuk mengalirkan 2,8 m^3 air dari tangki yang satu ke tangki yang lainnya melalui pipa bergaris tengah 25 mm, panjangnya 150 m dan f = 0,01

Jawab :



Gambar XV — 5

Dengan mengabaikan semua kehilangan enersi pada pelebaran tiba-tiba maka :

$$h = \frac{4 f L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{\left[\frac{2 g d}{4 f L}\right]} \cdot h^{\frac{1}{2}}$$

Permukaan pada tangki kira turun sebesar dx pada saat dt
volume air yang dipindahkan = A_1 dx ;
Kenaikan permukaan di tangki kanan = $\frac{A_1}{A_2}$ dx

Perubahan tinggi karena aliran air = dh = dx ($1 + \frac{A_1}{A_2}$)

Perubahan isi pada tangki kiri = volume melalui pipa

$$- A_1 \, dx = \frac{1}{4} \pi \, d^2 \, v \, dt$$

$$dt = - \frac{4 A_1 \, dx}{\pi d^2 \, v}$$

Substitusi harga-harga dx dan v maka :

$$dt = - \frac{4 A_1 A_2}{\pi d^2 (A_1 + A_2)} \sqrt{\left(\frac{4 f L}{2 g d}\right)} \, h^{-\frac{1}{2}} \, dh$$

diintegrasikan dari h = H_1 sampai h = H_2

$$T = \frac{8 A_1 A_2}{\pi d^2 (A_1 + A_2)} \sqrt{\left(\frac{4 f L}{2 g d}\right)} \left(H_1^{\frac{1}{2}} - H_2^{\frac{1}{2}} \right)$$

Catatan :

Persamaan di atas adalah simetris untuk A_1 dan A_2, karena itu waktu yang dipakai untuk perubahan dan perbedaan permukaan adalah sama saja untuk kedua jurusan arah aliran air.

Bila 2,8 m^3 air meninggalkan tangki sebelah kiri maka

Turunnya permukaan ditangki kiri = $\frac{2,8}{8,4}$ = 0,344 m

Naiknya permukaan ditangki kanan = $\frac{2,8}{4,6}$ = 0,609 m

Perbedaan muka air akhir = H_2 = 1,8 — 0,334 — 0,609
= 0,857 m.

Karena $A_1 = 8{,}4\ m^2$; $A_2 = 4{,}6\ m^2$; d = 0,025 m ; f = 0,01
L = 150 m

$$T = \frac{8 \times 8{,}4 \times 4{,}6}{\pi\,(0{,}025)^2\,(8{,}4 + 9{,}6)} \sqrt{\left(\frac{4 \times 0{,}01 \times 150}{2\ g \times 0{,}025}\right)}\ (1{,}8^{\frac{1}{2}} - 0{,}857^{\frac{1}{2}})$$

$= 12.150 \times 12.25 \times (1{,}3416 - 0{,}9257) = 17.750$ detik
$= 4$ jam 55 menit 50 detik.

"Aliran masuk dan aliran keluar"

XV.7. Sebuah reservoir mempunyai luas permukaan 80.000 m^2 yang dapat dianggap tetap. Air masuk sebesar 9 m^3/detik dan keluar menjalankan turbin dengan debiet aliran sebesar 4,25 m^3/detik. Pelimpah juga disediakan yang dapat mengalirkan air lebih sebesar $28{,}6\ h^{\frac{3}{2}}$ m^3/detik dimana h adalah tinggi air diatas mercu ambang dalam meter.

Bila permukaan air pada permulaannya berada di bawah ambang, berapa lama waktu yang diperlukan oleh permukaan untuk naik dari mercu ambang sampai 0,25 m di atas ambang ?

Jawab :

Pada waktu t, misalkan tinggi air di atas ambang = h dan pada waktu dt permukaan naik setinggi dh.
Bila Q_1 = debit air masuk reservoir
Q_2 = debiet air keluar reservoir untuk turbine
Q_3 = debiet air keluar melalui pelimpah.
Maka :
Kenaikan isi reservoir = air masuk — air keluar ke turbine - air melalui pelimpah.

$$A\,dh = Q_1\,dt - Q_2\,dt - Q_3\,dt$$

$$dt = \frac{A\,dh}{Q_1 - Q_2 - Q_3}$$

Karena $A = 80.000\ m^2$; $Q_1 = 9\ m^3$/detik;

$Q_2 = 4{,}25\ m^3$/detik; $Q_3 = 28{,}6\ h^{\frac{3}{2}}\ m^3$/detik

maka :

$$dt = \frac{80.000\,dh}{4{,}75 - 28{,}6\,h^{\frac{3}{2}}} = \frac{2.790\,dh}{0{,}167 - h^{\frac{3}{2}}}$$

limitnya $\frac{dt}{dh} = \frac{2.790}{0{,}167 - h^{\frac{3}{2}}}$

dan $T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{2.790}{0{,}167 - h^{\frac{3}{2}}}\,dh$

Bila dt/dh digambarkan terhadap harga-harga h maka luas daerah antara h = 0 dan h = 0,25 m adalah waktu T yang diperlukan untuk permukaan bergerak dari 0 sampai 0,25 m

Jadi integrasi dapat dilakukan secara grapis atau menggunakan "cara Simpson" dengan menggunakan kenaikan sedikit demi sedikit dh = 0,025 m sebagai berikut :

hm	0	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
$h^{3/2}$	0	0,004	0,011	0,021	0,032	0,044	0,058	0,073	0,089	0,107	0,125
$0{,}167 - h^{3/2}$	0,167	0,163	0,156	0,146	0,135	0,123	0,109	0,094	0,078	0,060	0,042
$\frac{dt}{dh}$	16700	17120	17900	19100	20650	22700	25500	29700	35800	46500	66400

T = luas dibawah garis lengkung

$= \frac{1}{3}$ dh [(jumlah yang pertama dan yang terakhir) + 4 x ordinat genap + 2 x ordinat ganjil)]

$= \frac{0{,}025}{3}$ [83.100 + 4 x 13,51,20 + 2 x 99.850]

= 6.681 detik = 1 jam 54 menit 21 detik

"Percepatan Aliran"

XV.8. Pipa lurus yang panjangnya 360 m, garis tengah 100 mm, dengan ambang masuk yang tajam, mengalirkan air dari sebuah reservoir, tetapi permukaan air direservoir dipertahankan tetap 15 m di atas lobang keluar. Lubang keluar pada permulaannya ditutup dengan katup. Tekanan gesekannya dapat disamakan dengan panjang pipa 7,5 m.

Bila katup tiba-tiba dibuka, berapa lama waktu yang diperlukan sebelum kecepatan aliran menjadi 1,2 m/detik. Diambil f = 0,08 sedang akibat pemampatan diabaikan.

Jawab :

Pada saat t kecepatan aliran dalam pipa sebesar v. H tetap tidak berubah.

H = tinggi gesekan + tinggi kecepatan ditempat keluar + tinggi percepatan + kehilangan enersi di katup + kehilangan enersi pada pelebaran tiba-tiba.

Bila L = panjang pipa dan a = luas penampang pipa maka :

Massa cairan didalam pipa $= \frac{w\,a\,L}{g}$

Bila kecepatan v + dv saat terjadinya pada t + dt

Percepatan cairan di dalam pipa $= \frac{dv}{dt}$

Jadi :

Gaya yang diperlukan untuk percepatan $= \frac{w\,a\,L}{g}\,\frac{dv}{dt}$

Tinggi enersi yang diperlukan untuk percepatan $= \frac{L}{g}\,\frac{dv}{dt}$

Tinggi enersi untuk mengatasi gesekan $= \frac{4\,f\,L}{d}\,\frac{v^2}{2g}$

Kehilangan tinggi enersi pada katup $= \frac{4\,f\,x\,7{,}5}{d}\,\frac{v^2}{2g}$

Kehilangan tinggi enersi pada pipa masuk $= 0{,}5\,\frac{v^2}{2g}$

Tinggi kecepatan pada pipa keluar $= \frac{v^2}{2g}$

Jadi :

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{4\,f}{d}\,(L + 7{,}5) + 1{,}5\,0\right) + \frac{L}{g}\,\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g\,H}{L} - \frac{c v^2}{2\,L}$$

$$c = \left(\frac{4\,f\,(L + 7{,}5)}{d} + 1{,}5\right)$$

$$dt = \frac{2\,L\,d\,v}{2\,g\,H - c\,v^2}$$

Intergasi dari v = 0 sampai v = V

$$\text{waktu yang diperlukan } T = \frac{2\,L}{c}\int_0^V \frac{dv}{\frac{(2\,g\,H)}{c} - v^2}$$

$$= \frac{2\,L}{c}\,\frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{2\,g\,H}{c}\right)}}\log\frac{\sqrt{\left(\frac{2\,g\,H}{c}\right)} + V}{\sqrt{\left(\frac{2\,g\,H}{c}\right)} - V}$$

$$= \frac{L}{\sqrt{(c \times 2gH)}} \log \frac{\sqrt{(\frac{2gH}{c})} + V}{\sqrt{(\frac{2gH}{c})} - V}$$

Karena L = 360 m; H = 15 m; v = 1,2 m/detik; d = 0,01 m
f = 0,008

$$c = \frac{4f}{d}(L + 7{,}5) + 1{,}5 = \frac{4 \times 0{,}008 \times 367{,}5}{0{,}01} + 1{,}5 = 119$$

$$T = \frac{360}{\sqrt{(119 \times 19{,}62 \times 50)}} \log \frac{\sqrt{[(19{,}62 \times 15)/119]} + 1{,}2}{\sqrt{(19{,}62 \times 15)/119} - 1{,}2}$$

$$= 1{,}925 \log \frac{2{,}775}{0{,}375} = 1{,}925 \times 2{,}00148 = 3{,}9 \text{ detik}$$

SOAL—SOAL

1. Sebuah tangki berbentuk silinder bergaris tengah 0,6 m dengan tinggi 1,5 m, mengeluarkan air dari dasarnya melalui lubang bergaris tengah 25 mm.

   Koefisien pengaliran 0,61. Bila tangki pada mulanya penuh air, berapa lama waktu yang dipwelukan untuk menurunkan permukaannya sebesar 0,9 m ?

   (192 detik)

2. Sebuah tangki berbentuk silinder dengan garis tengah 1,8 m, mempunyai lubang pada dasarnya dengan garis tengah 50 mm, yang sisinya tajam dan mempunyai koefisien pengaliran sebesar 0,6.

   (a) Bila air mengalir kedalam tangki dengan debiet 9 dm^3/detik hitunglah tinggi air di atas lubang bila tinggi permukaan air di dalam tangki tetap tidak berubah.

   (b) Hitunglah waktu yang diperlukan bila permukaan air turun dari 2,4 m menjadi 0,6 m di atas lubang, dan tidak ada aliran air masuk ketangki.

   (c) Bila air mengalir ke dalam tangki dengan debiet aliran sebesar 17 dm^3/detik hitunglah kenaikan permukaan air di dalam tangki setiap menitnya, bila permukaan air telah mencapai 1,5 m tingginya di atas lubang.

   (2,97 m; 775 detik; 25 cm)

3. Sebuah tangki berbentuk silinder yang diisi air dan mengalirkan air melalui lubang yang bergaris tengah 25 mm terletak didasar tangki, mempunyai koefisien pengaliran sebesar 0,623. Bila garis tengah tangki 0,6 m, hitunglah waktu yang diperlukan agar permukaan air turun dari 1,8 m menjadi 0,6 m di atas lubang itu, bila aliran air ke dalam tangki dihentikan.

   (237 detik)

4. Air mengalir keluar melalui pipa yang panjangnya 3 m dan bergaris tengah 25 mm dan tangki berbentuk selinder yang bergaris tengah 1,00 m.

   Pipa itu dihubungkan dengan dasar tangki dan air mengalir ke udara terbuka yang jaraknya 2 m dari dasar tangki. Pada mulanya permukaan air tidak berubah, karena air yang masuk dan keluar mempunyai debiet yang sama sebesar 0,002 m^3/detik. Bila tiba-tiba air yang masuk ke tangki dihentikan, hitunglah waktu yang diperlukan untuk mengosongkan tangki itu, bila koefisien gesekan pada pipa = 0,01 dan kehilangan enersi pada perubahan tiba-tiba besarnya sama dengan 0,5 x tinggi kecepatan.

   (14 menit 35 detik)

5. Air mengalir melalui ambang tajam berbentuk persegi panjang yang lebarnya 5,4 m dari sebuah reservoir air yang luas permukaannya 81.000 m^2. Hitunglah waktu yang diperlukan bila tanggi air diambang turun dari 0,9 m menjadi 0,15 m, bila tidak ada air masuk ke reservoir atau keluar dengan cara apapun.

   Koefisien pengaliran C_d dari ambang = 0,62 sedang dinding reservoir air dianggap tegak lurus.

   (6 jam 58 menit 20 detik).

6. Sebuah ambang berbentuk V berambang tajam dipasang pada sisi tangki berbentuk segi empat panjang yang berukuran 3,6 m panjang dan 1,2 lebar. Untuk ambang itu berlaku rumus $Q = 1{,}44\ H^{2{,}5}$ dimana Q dalam m^3/detik dan H dalam m.

   Berapakah lama waktu yang diperlukan untuk mengurangi tinggi air di tangki dari 0,3m menjadi 0,025 m. Bila air mengalir bebas dari tangki keluar dan tidak ada air mengalir masuk ke dalam tangki.

   (8 menit 14 detik).

7. **Bila koefisien pengaliran sebuah ambang berbentuk V dengan sudut 90^0 besarnya = 0,593, berapa lama waktu yang diperlukan untuk menurunkan muka air dari 0,4 m menjadi 0,3 m di atas puncak ambang bila luas permulaan air di dalam tangki 46 m^2.**

   (60,8 detik)

8. Sebuah tangki berbentuk silinder dengan garis tengah 4,8 m mengalirkan air melalui sebuah pipa yang panjangnya 90 m dan bergaris tengah 225 mm.

   Berapa lama waktu yang diperlukan untuk menurunkan muka air dari 2,7 m menjadi 1,2 m di atas pangkal pipa.

   Ambil f = 0,01.

   (460 detik)

9. Sebuah tangki berbentuk silinder yang bergaris tengah 3 m mengalirkan air melalui pipa yang panjangnya 30 m dengan garis tengah 50 mm. Ujung pipa itu terletak 8,4 m di bawah pangkal pipa. Koefisien gesekan pipa = 0,066 dan kehilangan enersi pada pangkal pipa karena pelebaran tiba-tiba = ½ x tinggi enersi kecepatannya.

   Berapa lama waktu yang diperlukan untuk menurunkann muka air dari 3,6 m menjadi 0,6 m di atas pangkal pipa.

   (55 menit 25 detik)

10 Sebuah tangki persegi berukuran 3,6 m x 1,2 m mengalirkan air melalui pipa yang panjangnya 3,6 m dan garis tengahnya 50 mm. Berapa lama waktu yang diperlukan bila air semula tingginya 1,2 m sedang ujung pipa berada 0,9 m di bawah pangkalnya yang melekat pada dasar tangki. Koefisien gesekan pipa = 0,009 sedang kehilangan enersi pada ujung pipa akibat dipasangnya katup, terjadi sebesar 1,5 kali tinggi enersi kecepatan dalam pipa. Ambang masuk dan keluar dari pipa kedua-duanya tajam.

   (19 menit 35 detik)

11. Kekentalan suatu cairan diukur dengan cara mengukur aliran minyak sebanyak 50 cm^3 dari sebuah tangki kecil melalui pipa kapiler yang diletakkan mendatar.

    Tangki berbentuk silinder dengan atasnya terbuka bergaris tengah 5 cm sedang pipa kapilernya berukuran 1 mm dan panjangnya 10 cm.

    Mula-mula tangki diisi minyak setinggi 5 cm di atas sumbu pipa kapiler dan diketahui bahwa minyak mengalir sebanyak 50 cm^3 dalam waktu 20 menit.

    Berapa besarnya kekentalan itu bila kerapatannya 0,88 gram/cm^3. Pengaruh dari ujung-ujung pipa dan tinggi enersi kecepatan diabaikan.

    (0,0182 poise)

12. Sebuah Viscometer, alat untuk mengukur kekentalan tipe Redwood mempunyai tempat minyak bergaris tengah 4,75 cm dan dihubungkan dengan pipa kecil bergaris tengah o,17 cm dan panjangnya 1,2 cm. Pada waktu minyak mulai mengalir tinggi permukaan minyak terletak 9 cm di atas ujung pipa itu. Panjang efektip pipa dapat diambil 1,2 cm ditambah jari-jari pipa itu, akibat terjadinya kontraksi pada pangkal pipa. Dengan memperhitungkan turunnya permukaan minyak, tahanan kekentalan pada pipa dan enersi kinetis pada pengaliran minyak ke luar pipa, hitunglah dengan cara integrasi waktu yang diperlikan untuk mengalirkan minyak sebanyak 50 cm^3 , dengan kekentalan 0,5 poise dan berat jenis 0,92 yang mengalir melalui pipa.

    (244 detik)

13. Bagian bawah dari tangki air berbentuk limas bergaris tengah 1,8 m pada bagian atasnya sedang bawahnya bergaris tengah 100 mm, tingginya 0,9 m. Pipa bergaris tengah 100 mm yang panjangnya 1,8 m dihibungkan tegak lurus ke bawah dari bawah tangki dan mengalirkan air ke udara terbuka. Hitunglah waktu yang diperlukan untuk mengosongkan bagian yang berbentuk limas bila akibat gesekan, kehilangan-kehilangan enersi akibat pusaran air diabaikan kecuali gesekan pada pipa dimana f diambil sebesar 0,01.

    (25 detik)

14. Sebuah tangki berbentuk silinder diletakkan dengan sumbunya mendatar mempunyai garis tengah 2,4 m dan panjangnya 6 m.

    Air dikeluarkan dari bagian yang terendah dari tangki melalui katup yang dapat digunakan dengan pipa bergaris tengah 75 mm dengan koefisien pengaliran sebesar 0,6. Bila katup dibuka tangki berada dalam keadaan penuh. Hitunglah waktu yang diperlukan untuk menurunkan permukaan air sebesar 1,5 m bila udara dengan bebas masuk kebagian atas dari tangki.

    (20 menit 55 detik)

15. Sebuah tangki persegi panjang, panjangnya 3,6 m dan lebarnya 1,8 m dibagi 2 bagian dengan dinding tegak lurus sehingga isinya yang sebelah 2 kali yang sebelahnya lagi. Dinding pemisah mempunyai lobang yang letaknya di dasar tangki itu berukuran 25 mm^2

    Pada mulanya permukaan air pada bagian yang besar lebih tinggi 1,8 m di atas permukaan air pada bagian yang kecil. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk merubah perbedaan tinggi permukaan air menjadi 0,9 m.

    Diketahui koefisien = 0,6

    (683 detik)

16. Dua buah tangki berbentuk silinder dengan sumbunya tegak lurus diletakkan di atas lantai. Tangki A bergaris tengah 1,8 m, tangki B 1,2 m, kedua tangki itu dihubungkan dengan pipa bergaris tengah 75 mm dan panjangnya 1,8 m ambang masuk dan keluar pipa keadaannya tajam. Tangki tangki itu terisi air dan pada suatu saat permukaan air di tangki B lebih tinggi 1,2 m daripada permukaan air di tangki A. Bila f = 0,009 untuk pipa penghubung berapa lama waktu yang diperlukan untuk mencapai saat permukaan air kedua tangki

itu berbeda tingginya 0,3 m.

(64,8 detik)

17. Dua buah reservoir air yang berdinding tegak lurus masing-masing mempunyai luas permukaan air seluas 186 m^2 kedua duanya dihubungkan dengan lubang berukuran o,186 m^2. Koefisien pengaliran melalui lubang = 0,8. Bila perbedaan tinggi permukaan air itu 2,7 m, berapa lama waktu yang diperlukan sampai terjadi perbedaan permukaannya sebesar 1,2 m.

    (2 menit 34,5 detik).

18. Minyak dialirkan terus menerus dari sebuah tangki melalui pipa dimana alirannya adalah aliran laminer dan dapat dinyatakan dengan rumus Q = kH m^3 /detik, dimana H = tinggi minyak dalam tangki minyak diukur dalam meter sedang k adalah konstanta, dan H diukur dari lubang pipa keluar. Dinding tangki membuat sudut dengan garis tegak lurus dan pada ketinggian H di atas pipa luasnya permukaan air =

    $$(H^2 + 6H + 9)\ m^2$$

    Bila minyak mengalir dengan debiet yang tetap maka permukaan air pada tangki tingginya tidak berubah dan H = 1,2 m.

    Bila debiet aliran dilipat dua maka H naik dari 1,2 m menjadi 1,8 m dalam waktu 15 menit.

    Bila minyak yang masuk dihentikan, berapa lama waktu yang diperlukan agar H turun dari 1,8 m menjadi 1,2 m di atas pipa keluar ?

    (514 detik).

19. Sebuah tangki berbentuk silinder bergaris tengah 2,1 m panjangnya 2,4 m diletakkan tegak lurus sumbunya, sedang bagian atasnya terbuka.

    Air mengalir ke dalam tangki dengan debiet yang tetap dari atas tangki. Air juga dikeluarkan dari dasar tangki melalui pipayang bergaris tengah 75 mm dan panjangnya 5,4 m, air keluar dari ujung pipa yang letaknya 0,9 m di bawah dasar tangki.

Bila permukaan air berada 0,6 m di atas dasar tangki maka diketahui air naik 25 mm dalam waktu 19,5 detik.

Tentukan debiet air masuk dalam dm^3 /detik dan tentukan apakah air akan melimpah bila air terus menerus mengalir masuk f diambil = 0,008

(1) 17,72 dm^3 /detik
(2) tidak

20. Sebuah penyangga tumbukan hidrolis mempunyai silinder bergaris tengah 250 mm dan digerakkan dengan menekan air masuk ke dalam lubang yang bergaris tengah 50 mm dimana koefisien pengalirannya = 0,7. Airnya mengalir ke tempat yang mempunyai tekanan atmosfir.

    Penyangga tumbukan itu biasa dipakai untuk menahan tumbukan dari truck yang bermassa sebesar 40 ton yang bergerak dengan kecepatan 6 m/detik. Hitung waktu yang diperlukan dan jarak piston bergerak untuk mengurangi kecepatan truk itu sebesar 20%.

    (3,06 m; 0,853 detik).

21. Dua buah reservoir air yang permukaannya tetap tingginya berbeda sebesar 12 m dihubungkan dengan pipa sepanjang 200 m sedang garis tengahnya 100 mm. Aliran diatur oleh sebuah katup yang letaknya dipasang dekat dengan ujung pipa dan kehilangan enersi yang terjadi bila katup dibuka penuh = 10 $v^2/2g$ dimana v adalah kecepatan dalam pipa. Bila katup tiba-tiba dibuka, berapa lama waktu yang diperlukan untuk mencapai kecepatan 0,95 x kecepatan di ujung pipa yang harganya tetap, bila gelombang tekanan diabaikan akibat pembukaan katup secara tiba-tiba.

    Bila diambil f = 0,01 untuk pipa, sedang kehilangan enersi pada pangkal pipa diabaikan.

    (6,07 detik).

BAB XVI

ALIRAN BERATURAN PADA SALURAN TERBUKA

Saluran terbuka :

Adalah suatu alur dimana air mengalir dengan permukaan bebas. Pada semua titik sepanjang aliran tekanan pada permukaan bebas adalah sama yaitu tekanan atmosfir. Pipa yang mengalirkan air dengan permukaan bebas dapat dianggap saluran terbuka. Karena tekanan pada permukaan air besarnya tetap, maka aliran tidak disebabkan oleh perbedaan tekanan tetapi disebabkan oleh perbedaan enersi potensial karena kemiringan dari saluran.

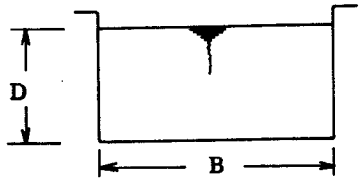
Gerakan Beraturan (Uniform flow)

Pada keadaan ini maka penampang dari aliran dimana sama sepanjang saluran volume air melewati suatu penampang pada satuan waktu tertentu adalah sama juga kecepatan rata-ratanya tetap. Tahanan terhadap gesekan karena aliran, sama dengan tinggi dari gradient dasar saluran.

Keliling basah P atau O

Bila ditinjau suatu penampang tegak lurus pada sumbu saluran, maka keliling basah adalah panjang daripada sisi saluran yang disentuh oleh cairan di dalamnya.

Untuk saluran berbentuk segi empat panjang maka keliling basah $P = B + 2D$



Gambar XVI — 1

Jari-jari hidrolis m atau R.

Bila luas penampang cairan = A

maka $m = \frac{A}{P}$ **atau** $R = \frac{A}{O}$

untuk saluran berbentuk segi empat panjang.

$$m = \frac{B\,D}{B + 2\,D}$$

Rumus Chezy

XVI.1. Dianggap bahwa tahanan gesekan pada aliran air di dalam saluran terbuka sebanding dengan pangkat dua dari kecepatan rata-ratanya.

Turunkanlah rumus Chezy yang berbentuk $v = C\sqrt{R\,I}$

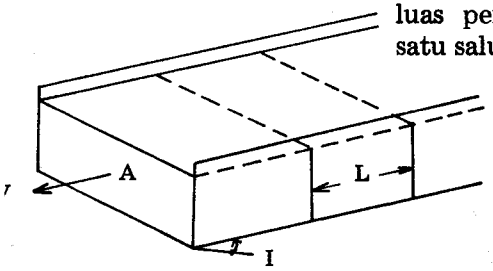
Apabila R = jari-jari hidrolis, I = kemiringan dasar saluran dan C = koefisien tahanan.

Apakah dimensi dari koefisien C ?

Jawab :

Jawab :

Terlihat suatu cairan elementer yang panjangnya L dan luas penampangnya A pada satu saluran.



Gambar XVI — 2

Gaya yang menghasilkan gerakan = komponen dari berat cairan elementer yang bekerja sepanjang saluran.

$w\ A\ L \sin I = w\ A\ L\ I$ (bila sudut kecil sekali $\sin I = I$)

Bila q adalah tahanan gesekan untuk satuan luas pada satuan kecepatan, maka :

Tahanan gesekan = $q\ v^2$

Gaya tarik = $q\ v^2$ x luas penampang basah = $q\ v^2\ O\ L$

Karena benda elementer ini tidak mempunyai percepatan maka :

Gaya yang menghasilkan gerakan = gaya tarik

$$w\ A\ L\ I = q\ v^2\ O\ L$$

$$v^2 = \frac{w}{q}.\frac{A}{O}\,I = \frac{w}{q}\,R\,I$$

$$v = \sqrt{\frac{w}{q}\sqrt{R\,I}} = C\sqrt{R\,I}$$

Untuk memperoleh dimensi dari C maka :

$$C = \frac{v}{\sqrt{(R\,I)}} = \frac{m/dt}{\sqrt{m}} = m^{\frac{1}{2}}/dt \quad \text{atau}$$

$$c = L^{\frac{1}{2}}/T^1 = L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}$$

XVI.2. Sebuah saluran terbuka mempunyai lebar B = 4,5 m dan kemiringan 1 : 800. Carilah berapa kecepatan rata-rata dari aliran v dan debiet aliran Q bila dalamnya air D = 1,2 m, C = 49.

Jawab :

Rumus Chezy $v = C\sqrt{RI}$

Jari-jari hidrolis $R = \frac{A}{O} = \frac{B\,D}{B + 2\,D} = \frac{4,5 \times 1,2}{4,5 + 2 \times 1,2} = \frac{5,4}{6,9}$

$= 0,784$ m.

Kecepatan rata-rata $v = 49\,(\,0,784 \times \frac{1}{800}\,)$

$= 1,53$ m/detik.

Debiet aliran $Q = A\,v = 4,5 \times 1,2 \times 1,53 = 8,27$ m^3/detik.

XVI.3. Sebuah saluran terbuka berbentuk V, sisi-sisinya membuat sudut 45^0 pada garis vertikal. Bila Q = 42,5 dm^3/detik sedang dalamnya air pada bagian yang terdalam = 225 mm. Hitunglah kemiringan saluran dengan menggunakan rumus Chezy bila C = 49.

Jawab :

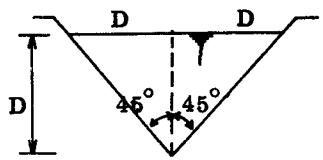
$Q = A\,v = A\,C\sqrt{RI}$

$A = D^2 = 0,225^2$ m^2

Keliling basah $O = 2\,D\sqrt{2}$

jari-jari hidrolis $R = \frac{A}{O} = \frac{D^2}{2\sqrt{2}.D}$

$= \frac{D}{2\sqrt{2}}$



Gambar XVI — 3

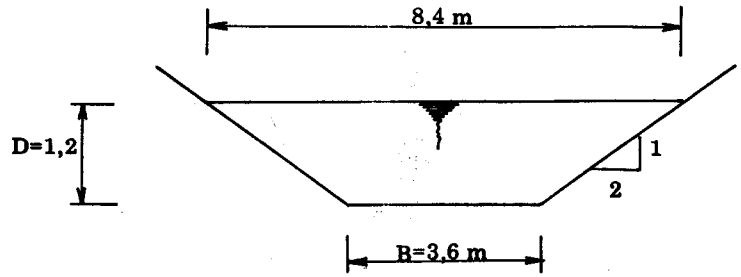
$Q = D^2\,C\sqrt{(\frac{D}{2\sqrt{2}}\,I)}$

$Q^2 = \frac{D^5\,C^2\,I}{2\sqrt{2}}$

$I = \frac{2\sqrt{2}\,Q^2}{D^5\,C^2}$

$I = \frac{2\sqrt{2}.(0,0425)^2}{(\,0,225\,)^5 \times 49^2} = \frac{1}{272}$

XVI.4. Tampang sebuah saluran terbuka berbentuk trapezium dengan ukuran-ukuran seperti terlihat dalam gambar XVI — 4. Bila C = 49 hitunglah Q Bila dalamnya air 1,2 m sedang kemiringan dasar saluran 1 : 1.600.



Gambar XVI — 4

Jawab :

Luas penampang $A = \frac{1}{2}\,(\,8,4 + 3,6\,) \times 1,2$

$= 7,2$ m^2

Keliling basah $O = 3,6 + 2\sqrt{(\,1,44 + 5,76\,)}$

$= 3,6 + 5,36 = 8,96$ m.

Jari-jari hidrolis $R = \frac{A}{O} = \frac{7,2}{8,96} = 0,804$ m.

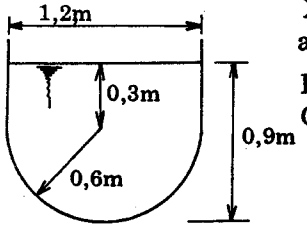
Besarnya debiet $Q = A\,v = A\,C\sqrt{RI}$

$= 7,2 \times 49\sqrt{(\,0,804 \times \frac{1}{1.600}\,)}$

$= 7,93$ m^3/detik.

XVI.5. Sebuah saluran berbentuk seperti terlihat pada gambar XVI — 5. mempunyai kemiringan dasar 1 : 2.500.

Berapakah harga C bila $Q = 0{,}55\ m^3$ /detik



Gambar XVI — 5

Jawab :

$$A = \frac{1}{2}(\pi \times 0{,}6^2) + 1{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}566 + 0{,}36$$

$$= 0{,}926\ m^2$$

Keliling basah $O = \pi \times 0{,}6 + 2 \times 0{,}3 = 2{,}48$ m

Jari-jari hidrolis $R = \frac{A}{O} = \frac{0{,}926}{2{,}48} = 0{,}372$ m

$$I = \frac{1}{2.500}; \quad Q = 0{,}55\ m^2/\text{detik}$$

$$Q = A\,v = A\,C\sqrt{RI}$$

$$0{,}55 = 0{,}926\ C\sqrt{(0{,}372 \times \frac{1}{2.500})}$$

$$C = \frac{0{,}55}{0{,}926\sqrt{(0{,}372 \times \frac{1}{2.500})}} = 50.$$

XVI.6. Sebuah saluran berpenampang segi empat panjang lebarnya B = 2,4 m, kemiringan dasar I = 1 : 400, berapa dalamnya air D pada saluran bila $Q = 85\ m^3$ /dt. dan C = 51.

Jawab :

$$Q = A\,v = A\,C\sqrt{RI}$$

$$A = B\,D$$

$$O = B + 2\,D$$

$$R = \frac{A}{O} = \frac{B\,D}{B + 2\,D}$$

$$Q = B\,D.C\sqrt{(\frac{B\,D}{B + 2\,D} \times I)}$$

$$8{,}5 = 2{,}4\,D \times 51\sqrt{(\frac{2{,}4\,D}{2{,}4 + 2\,D} \times \frac{1}{400})}$$

$$0{,}0694 = D\sqrt{(\frac{0{,}006\,D}{2{,}4 + 2\,D})}$$

$$(0{,}0694)^2 = D^2\,(\frac{0{,}006\,D}{2{,}4 + 2\,D})$$

$$4{,}8 \times 16 \times 10^{-4} = \frac{60 \times 10^{-4}\,D^3}{2{,}4 + 2\,D}$$

$$D^3 - 1{,}6\,D - 1{,}93 = 0$$

$$D = 1{,}66\ m$$

Rumus-rumus yang lain.

XVI.7. a. Turunkanlah rumus Manning untuk aliran-aliran pada saluran terbuka bila kekasaran dinding dinyatakan dengan n.

b. Sebuah saluran yang lebar dasarnya B = 3 m, sedangkan sisinya masing-masing dengan perbandingan 1 tegak : 2 mendatar. Kemiringan dasarnya 1 : 5.000, dalamnya air D = 1,2 m. Dengan menggunakan rumus Manning dimana n = 0,025 hitunglah besarnya debiet aliran.

Jawab :

Dengan percobaan-percobaan diketemukan oleh Robert Manning bahwa koefisien Chezy C hampir sama dengan harga R.

Rumus Manning dinyatakan dengan :

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

dimana n adalah tetapan yang tergantung dari kekasaran dinding yang harga-harganya terlihat dibawah ini

Permukaan	n
Bersih, batas halus, batu, kayu	0,010 — 0,017
Pasangan batu	0,017 — 0,030
Tanah yang dihaluskan	0,017 — 0,025
Tanah yang tidak dihaluskan	0 025 — 0,040
Batu-batu tidak beraturan	0,035 — 0,045

b. Lebar permukaan = B + 4D = 3 + 4,8 = 7,8 m
Lebar dasar = 3 m
Luas penampang $A = \frac{1}{2}$ (3 + 7,8) x 1,2 = 6,48 m^2

Keliling basah $O = B + 2\sqrt{[(2D)^2 + D^2]}$
$= 3 + 2\sqrt{(5 \times 1{,}2^2)} = 3 + 5{,}37$
$= 8{,}37$ m

Jari-jari hidrolis $R = \frac{A}{O} = \frac{6{,}48}{8{,}37} = 0{,}775$ m

Jadi $v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$

$$v = \frac{1}{0{,}025} (0{,}775)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{5.000}\right)^{\frac{1}{2}} = 0{,}476 \text{ m/detik}$$

$Q = A\,v = 6{,}48 \times 0{,}476 = 3{,}09\ m^3$/detik

XVI.8. a. Tuliskan rumus Kutter dan rumus Bazin untuk nilai koefisien Chezy C.

b. Bila k = 1,3 untuk saluran tanah, pada rumus Bazin sedang bentuk penampang saluran sebuah trapezium dengan lebar dasar 1,8 m dan sudut-sudut sisi-sisi saluran berbanding, 1 tegak : 2 mendatar. Hitunglah kecepatan alirannya bila dalamnya air 1,5 m sedang kemiringan dasarnya 0,75 m / Km.

Jawab :

a. Rumus kutter untuk harga C berdasarkan analisa sifat-sifat sungai ialah :

$$C = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{I} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{I}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

dimana n mempunyai nilai yang sama seperti untukrumus Manning.

Rumus Bazin untuk harga C :

$$C = \frac{86{,}9}{1 + \frac{k}{\sqrt{R}}}$$

dimana harga k tergantung dari kekasaran dinding.

b. Lebar dasar saluran = 1,8 m
Lebar permukaan = 1,8 + 2 x 2 x 1,5 = 7,8 m
Luas penampang = $A = \frac{1}{2}$ (1,8 + 7,8) x 1,5
$= 7{,}2\ m^2$
Keliling basah = $O = 1{,}8 + 2\sqrt{(3^2 + 1{,}5^2)}$
$= 8{,}5$ m

Jari-jari hidrolis = $R = \frac{7{,}2}{8{,}5} = 0{,}848$ m

$$C = \frac{86,9}{1 + (\frac{k}{\sqrt{m'}})} = \frac{86,9}{1 + (\frac{1,3}{\sqrt{0,848}})} = 35$$

Kecepatan aliran $v = C\sqrt{RI'}$

$$= 36\sqrt{(0,848 \times 0,57 \times 10^{-3})}$$
$$= 0,784 \text{ m/detik}$$

XVI. 9. Turunkanlah rumus untuk kehilangan tinggi enersi h_f pada saluran terbuka yang panjangnya L, dinyatakan dalam tinggi kecepatan dan jari-jari hidrolis R.

Jawab :

Sudah diketahui bahwa $v = C\sqrt{RI}$ atau :

$v^2 = C^2 RI$

$$I = \frac{h_f}{L}$$

Tinggi kecepatan $= \frac{v^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{R\, h_f}{L}$

$$h_f = \frac{2g}{c^2} \cdot \frac{L}{R} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Bila $f = \frac{2g}{c^2}$ maka

$$h_f = \frac{f\,L}{R}\ \frac{v^2}{2\,g}$$

Ini adalah rumus Darcy yang dapat dipergunakan baik pada pipa-pipa, maupun pada saluran terbuka.

Untuk pipa $R = \frac{1}{4} d$, rumus menjadi

$$h_f = \frac{4\,f\,L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Perbandingan-perbandingan untuk memperoleh debiet aliran maximum atau kecepatan maximum.

XVI.10. a. Tentukanlah perbandingan-perbandingan sisi pada saluran terbuka berbentuk empat persegi panjang yang dalamnya D dan lebarnya B; yang memberikan debiet aliran maximum, untuk sesuatu penampang A. Pergunakan rumus Chezy.

b. Saluran terbuka berbentuk segi empat panjang mengalirkan air sebanyak 11,3 m^3/detik dengan kecepatan 1,8 m/detik. Tentukan I yang diperlukan bila :

a. Perbandingan-perbandingan sisinya diperuntukkan aliran maximum.

b. Bila lebarnya tiga kali dalamnya.

Ditetapkan C = 66

Jawab :

10. a.

$$Q = A\,C\sqrt{RI} = A\,C\sqrt{\frac{A}{O} I}$$

Q maximum bila O minimum.

Keliling basah $O = B + 2D$

Untuk penampang segi empat panjang $A = B\,D$

$$B = \frac{A}{D}$$

$$O = A\,D^{-1} + 2\,D$$

Harga O akan minimum bila :

$$\frac{dO}{dD} = -A\,D^{-2} + 2 = 0$$

$$A = 2\,D^2$$

$$A = B\,D$$

$$B\,D = 2\,D^2$$

$$B = 2\,D$$

(a) Bila B = 2 D maka :

$$A = B\,D = 2\,D^2$$

$$Q = A\,v = 2\,D^2\,v$$

$$11{,}3 = 3{,}6\,D^2$$

$$D = 1{,}77 \text{ m dan } B = 3{,}54 \text{ m}$$

Jari-jari hidrolis $= R = \frac{A}{O} = \frac{2\,D^2}{B + 2\,D} = \frac{2\,D^2}{4\,D} = \frac{D}{2}$

$$= 0{,}885 \text{ m}$$

Dengan menggunakan rumus Chezy :

$$v = C\sqrt{R\,I}$$

$$I = \frac{v^2}{C^2\,R} = \frac{1{,}8^2}{66^2 \times 0{,}885} = \frac{1}{1.190}$$

(b) Bila B = 3 D maka :

$$A = 3\,D^2$$

$$Q = 3\,D^2\,v$$

$$11{,}3 = 3 \times 1{,}8\,D^2$$

$$D = 1{,}44 \text{ m dan } B = 4{,}32 \text{ m}$$

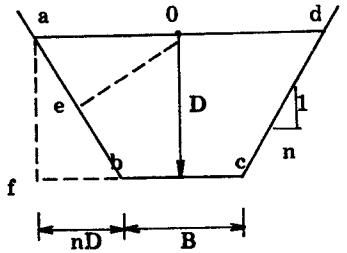
Jari-jari hidrolis $= R = \frac{3\,D^2}{B + 2\,D} = \frac{3\,D^2}{5\,D} = \frac{3}{5}D$

$$= 0{,}864 \text{ m}$$

$$I = \frac{v^2}{C^2\,R} = \frac{1{,}8^2}{66^2 \times 0{,}864} = \frac{1}{1.165}$$

XVI.11. Dengan menggunakan rumus Chezy, hitunglah perbandingan-perbandingan pada penampang trapesium yang akan memberikan debiet aliran maximum untuk luas tertentu.
Buktikan bahwa sisi-sisi dan dasar saluran merupakan garis-garis singgung pada setengah lingkaran yang pusatnya terletak ditengah-tengah permukaan.

Jawab :



Gambar VXI — 6

Gambar XVI — 5 menunjukkan penampang saluran yang luasnya :

$$A = (B + n\,D)\,D.$$

$$B = A\,D^{-1} - nD$$

Keliling basah :

$$= B + 2\sqrt{(n^2\,D^2 + D^2)}$$

$$O = B + 2\,D\sqrt{(n^2 + 1)}$$

Substitusi dengan harga D maka :

$$O = A\,D^{-1} - n\,D + 2\,D\sqrt{(n^2 + 1)}$$

Dengan menggunakan rumus Chezy

$$Q = A\,C\sqrt{RI}$$

$$Q = A\,C\sqrt{\frac{A}{O}I}$$

Q akan maximum bila harga O minimum

$$\frac{dO}{dD} = -\frac{A}{D^2} - n + 2\sqrt{(n^2 + 1)} = 0$$

$$\frac{A}{D^2} + n = 2\sqrt{(n^2 + 1)}$$

$A = (B + n\,D)\,D$ jadi :

$$\frac{B + n\,D}{D} + n = 2\sqrt{(n^2 + 1)}$$

Jadi untuk mendapat debiet maximum perbandingan haruslah sebagai berikut :

$$\frac{1}{2}(B + 2\,n\,D) = D\sqrt{(n^2 + 1)}$$

Untuk membuktikan bahwa sisi-sisinya adalah garis singgung pada setengah lingkaran lukiskan pada gambar XVI — 6 garis Oe, maka :

$$\text{Sin Oae} = \frac{Oe}{Oa} = \frac{Oe}{\frac{1}{2}(B + 2\,n\,D)}$$

$$\text{Sin abf} = \frac{af}{ab} = \frac{D}{D\sqrt{(n^2 + 1)}}$$

$$\text{Oae} = \text{abf}$$

$$\frac{Oe}{\frac{1}{2}(B + 2\,n\,D)} = \frac{D}{D\sqrt{(n^2 + 1)}}$$

Tapi untuk aliran maximum didapat :

$$\frac{1}{2}(B \times 2\,n\,D) = D\sqrt{(n^2 + 1)}$$

$$Oe = D$$

Jadi terbukti Oe dan D adalah jari-jari suatu lingkaran karena Oe⊥ ab

XVI.12. Sebuah saluran berpenampang trapesium mengalirkan air sebesar 142 m^3/menit, penampangnya dibuat sedemikian rupa agar aliran airnya minimum atau penampang minimum luasnya. Hitunglah lebar dasarnya B dan dalamnya D bila $I = \frac{1}{1.200}$ sedang sisi-sisi trapesium membuat sudut 45^0 dengan garis mendatar dan C = 55.

Jawab :

Bila penampang harus minimum berarti saluran harus menyalurkan air dalam keadaan maximum,

dari soal no. XVI.11. didapat :

$$\frac{1}{2}(B + 2\,n\,D) = D\sqrt{(n^2 + 1)}$$

Untuk sisi-sisi bersudut 45^0 maka n = 1, jadi :

$$B + 2\,D = 2\,D\sqrt{2} = 2{,}828\,D$$

$$B = 0{,}828\,D$$

Luas penampang $A = (B + n\,D)\,D = 1{,}828\,D^2$

Keliling basah $= O = B + 2\sqrt{2}\,D = 3{,}656\,D$

$$\text{Jari-jari hidrolis} = R = \frac{A}{O} = \frac{1{,}828\,D^2}{3{,}656\,D} = \frac{D}{2}$$

$$\text{Debiet aliran} = Q = A\,C\sqrt{R\,I'}$$

$$\frac{142}{60} = 1{,}828\,D^2 \times 55\sqrt{\left(\frac{D}{2} \times \frac{1}{1.200}\right)}$$

$$D^{2{,}5} = 1{,}149$$

$$D = 1{,}06 \text{ m}$$

$$B = 0{,}828\,D = 0{,}878 \text{ m}$$

XVI.13. a. Buktikanlah bahwa pada gorong-gorong berbentuk bulat dengan garis tengah D, kecepatan alirannya akan mencapai maximum bila dalamnya air h pada pusatnya sama dengan 0,81 D. Pergunakan rumus Chezy.

b. Saluran pembuang bergaris tengah D = 0,6 m, kemiringan dasar $I = \frac{1}{200}$

Hitunglah kecepatan maximum yang dapat terjadi, dan berapa besar debiet alirannya pada kecepatan ini ?

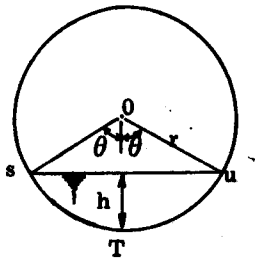
C = 55.

Jawab :

Pada soal-soal yang lalu terlihat bahwa A atau luas penampang dipertahankan tetap besarnya sedang bentuk

dan perbandingan-perbandingan sisinya dirubah-rubah agar terdapat aliran maximum tapi pada soal ini keadaan berlainan, yaitu luasnya penampang dan bentuknya tetap. Perubahan kedalaman air pada pipa akan merubah luas penampangnya.

Lihat gambar XVI —7



Gambar XVI — 7

Luas aliran = A = sektor OSTU-segitiga OSU

$$= \frac{1}{2} r^2 \times 2\theta - r^2 \sin\theta \cos\theta$$

$$= r^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta\right)$$

Kelilingan basah = o = 2 r θ

Dengan menggunakan rumus Chezy :

$$v = C\sqrt{\left(\frac{A}{O} I\right)}$$

v akan maximum untuk harga θ tertentu yang membuat $\frac{A}{O}$ maximum :

$$\frac{d\left(\frac{A}{O}\right)}{d\theta} = 0$$

atau

$$\frac{d\left(\frac{A}{O}\right)}{d\theta} = \frac{1}{P^2}\left(P\frac{dA}{d\theta} - A\frac{dP}{d\theta}\right) = 0$$

$$P\frac{dA}{d\theta} = A\frac{dP}{d\theta}$$

Dengan substitusi untuk harga-harga P, $\left(\frac{dA}{d\theta}\right)$, dan $\left(\frac{dP}{d\theta}\right)$ maka :

$$2 r \theta \times r^2 (1 - \cos 2\theta) = r^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta\right) \times 2r$$

$$\theta - \theta \cos 2\theta = \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$2\theta = \tan 2\theta$$

$$2\theta = 257{,}5^0$$

Jadi dalamnya air = h = r — r Cos θ

$$= r\,(1 - \cos 257{,}5^0) = 1{,}62\ r$$

$$= 0{,}81\ D.$$

Dengan harga-harga r = 0,3 m, $2\theta = 257{,}5^0 = 4{,}5$ radial

$$A = 0{,}3^2 \left(\frac{4{,}5}{2} + \frac{1}{2} \sin 77{,}5^0\right)$$

$$= 0{,}09\,(2{,}25 + 0{,}976 \times \tfrac{1}{2}) = 0{,}246\ m^2$$

$$O = 2 r \theta = 0{,}6 \times 2{,}25 = 1{,}35\ m$$

Kecepatan maximum = $v = C\sqrt{\left(\frac{A}{P} I\right)}$

$$v = 55\sqrt{\left(\frac{0{,}246}{1{,}35}\ \frac{1}{200}\right)} = 1{,}61\ \text{m/detik}$$

Debiet aliran = A v = 0,246 x 1,61 = 0,397 m^3/detik

XVI.14. Dianggap bahwa, kecepatan aliran v pada saluran berpenampang lingkaran dengan garis tengah D, dihitung dengan rumus

$$v = 66\ R^{\frac{1}{2}}\ I^{\frac{1}{2}}$$

Buktikan bahwa alirannya maximum bila dalamnya air pada pusat lingkarannya = 0,95 D

Berapa besarnya garis tengah minimum bagi saluran dengan kemiringan 1 : 5.000 agar alirannya sebesar 1,4 m^3/detik.

Jawab :

Lihat gambar XVI — 7, maka didapat

$$A = r^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\theta\right)$$

Keliling basah $O = 2\,r\,\theta$

Jari-jari hidrolis $= R = \frac{A}{O}$

Debiet aliran $Q = A\,v = A\,66\,R^{\frac{1}{2}}\,I^{\frac{1}{2}}$

$$= 66 \left(\frac{A^3}{O}\right)^{\frac{1}{2}} I^{\frac{1}{2}}$$

Terlihat bahwa A dan O tergantung dari sudut θ, jadi $\frac{A^3}{O}$ akan mencapai maximum bila :

$$\frac{d\left(\frac{A^3}{O}\right)}{d\theta} = 0$$

$$\frac{1}{O^2}\left(3\,A^2 \frac{dA}{d\theta} - A^3 \frac{dO}{d\theta}\right) = 0$$

$$3\,O \frac{dA}{d\theta} - A \frac{dO}{d\theta} = 0$$

Disubstitusi dengan harga-harga r dan θ maka

$$3 \times 2\,r\,\theta \times (1 - \operatorname{Cos} 2\theta) = r^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\theta\right) \times 2r$$

$$4\,\theta - 6\,\theta \operatorname{Cos} 2\theta = -\operatorname{Sin} 2\theta$$

$$\theta = 154^0 = 2{,}68 \text{ radial}$$

Jadi kedalaman yang diperlukan agar aliran maximum :

$$h = r\,(1 - \operatorname{Cos} \theta)$$

$$= \frac{1}{2} D\,(1 - \operatorname{Cos} 154^0) = 0{,}95\,D$$

Garis tengah minimum didapat untuk aliran maximum, jadi $\theta = 154^0$

$$A = r^2 \left(\theta - \frac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\theta\right) = \frac{1}{4} D^2 \,(2{,}68 + 0{,}394)$$

$$= 0{,}77\,D^2$$

$$O = D\,\theta = 2{,}68\,D$$

$$Q = 66 \left(\frac{A^3}{O}\right)^{\frac{1}{2}} I^{\frac{1}{2}}$$

Sudah diketahui bahwa $Q = 1{,}4\ m^3/\text{detik}$ dari $I = \frac{1}{5.000}$ maka

$$1{,}4 = 66 \left[\frac{(0{,}770^2)^3}{2{,}68\,D}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{5.000}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$1{,}96 = \frac{4.356 \times 0{,}456\,D^6}{2{,}68\,D \times 5.000} = 0{,}1485$$

$$D^5 = 13{,}2$$

$$D = 1{,}675 \text{ m}$$

XVI.15. Sebuah pipa yang bergaris tengah 0,9 m diharapkan akan mengalirkan debiet maximum sebesar $Q = 0{,}7\ m^3/\text{detik}$, sedang kecepatan rata-ratanya didapatkan dengan rumus

$$v = 67\,R^{\frac{2}{3}}\,I^{\frac{1}{2}}.$$

Hitunglah berapa I yang diperlukan ?

Jawab :

Pertama-tama harus dihitung keadaan dimana aliran mencapai maximum. Caranya sama saja dengan soal No. XVI.14 hanya v tergantung pada $R^{\frac{2}{3}}$ bukan $R^{\frac{1}{2}}$ jadi :

$$Q = A\,v = A \cdot 67 \cdot \left(\frac{A}{O}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot I^2$$

$$= 67 \cdot I^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{A^{2,5}}{O}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Agar Q maximum maka $\frac{A^{2,5}}{O}$ harus maximum dan juga berhubungan dengan harga θ maka :

$$\frac{d\left(\frac{A^{2,5}}{O}\right)}{d\theta} = 0$$

$$A = r^2 \left(\theta - \frac{1}{2}\operatorname{Sin} 2\theta\right)$$

$$O = 2\,r\,\theta$$

$$\frac{d\left(\frac{A^{2,5}}{O}\right)}{d\theta} = \frac{1}{O^2}\left(O \times 2{,}5\, A^{1,5}\,\frac{dA}{d\theta} - A^{2,5}\,\frac{dO}{d\theta}\right) = 0$$

Karena $\frac{A^{1,5}}{O^2} \neq 0$ maka

$$2{,}5.O.\frac{dA}{d\theta} - A\frac{dO}{d\theta} = 0$$

Substitusi dengan harga : r dan θ diperoleh :

$$2{,}5 \times 2\,r\,\theta \times r^2\,(1 - \operatorname{Cos} 2\theta) = r^2\left(\theta - \frac{1}{2}\operatorname{Sin} 2\theta\right) \times 2r$$

$$3\theta - 5\theta \operatorname{Cos} 2\theta + \operatorname{Sin} 2\theta = 0$$

$$\theta = 2{,}64 \text{ radial} = 151{,}5^0$$

$$A = r^2\left(\theta - \frac{1}{2}\operatorname{Sin} 2\theta\right)$$

$$= 0{,}45^2\left(2{,}64 + \frac{0{,}84}{2}\right) = 0{,}62\ m^2$$

$$O = 2\,r\,\theta = 2 \times 0{,}45 \times 2{,}64 = 2{,}37\ m$$

$$R = \frac{A}{O} = \frac{0{,}62}{2{,}37} = 0{,}262\ m$$

$$Q = 67\,A\,I^{\frac{1}{2}}\,R^{\frac{2}{3}}$$

$$0{,}7 = 67 \times 0{,}62 \times I^{\frac{1}{2}} \times 0{,}262^{\frac{2}{3}}$$

$$I^{\frac{1}{2}} = \frac{0{,}7}{67 \times 0{,}62 \times 0{,}41} = 4{,}12 \times 10^{-2}$$

$$I = 16{,}97 \times 10^{-4} = 1 : 589$$

SOAL-SOAL

1. Debiet aliran air mengalir sebesar 47,5 dm^3/detik di dalam saluran segi empat panjang yang lebarnya 0,375 m. Hitunglah kemiringan dasarnya untuk aliran beraturan bila dalamnya air disaluran 0,15 m sedang C = 66.

   (1 : 510)

2. Hitunglah kemiringan yang diperlukan untuk saluran berbentuk segi empat panjang yang lebarnya 1,2 m dan dalamnya 0,6 m. Debiet aliran 2,25 m^3/detik bila saluran itu penuh. C = 70.

   Pergunakan rumus Chezy air saluran ini dipakai untuk memutarkan turbine, berapa % kehilangan enersinya bila perbedaan tingginya dari pangkal dan ujung saluran 150 m.

   (1 : 151; 35,3%)

3. Sebuah saluran yang lebarnya 0,9 m, mempunyai sisi-sisi yang tegak lurus sedang dasarnya berbentuk v dengan sudut 120^0. Dalamnya air diukur dari bawah sampai permukaan air = 0,6 m, hitunglah debiet alirannya bila kemiringan dasarnya 1 : 1.200.

   Hitunglah dalamnya air untuk debiet yang sama bila bagian saluran yang berbentuk v sudah penuh dengan endapan sedang kemiringannya tidak berubah C = 55.

   (0,323 m^3/detik; 0,465 m)

. Dianggap bahwa tahanan terhadap aliran di dalam saluran terbuka sebanding dengan luas dari keliling basah dan terhadap pangkat dua dari kecepatan.

   Buktikan bahwa $v = C\sqrt{RI}$

   Saluran berbentuk trapesium dengan sisi-sisi bersudut 45^0 terhadap garis datar mengalirkan air pada kedalaman 0,75 m. Hitunglah lebar dari dasarnya dan kemiringan dari dasarnya, bila debiet alirannya 1,27 m^3/detik. Kecepatan rata-rata v = 0,78 m/detik. C = 66.

   (1,42 m; 0,000302)

5. Saluran yang mempunyai penampang berbentuk segi empat panjang, lebar dasarnya 2,4 m sedang n = 0,015 (rumus Manning). Bila kemiringan dasarnya 0,001 dan dalamnya air disalurkan 1,2 m. Hitung besarnya aliran air bila alirannya adalah aliran beraturan.

   Hitunglah dalamnya aliran di dalam saluran, bila kekasaran dindingnya sama tetapi penampangnya berbentuk segi tiga dengan sudut 90^0 antara kedua sisinya sedang kemiringan dasar dan debiet alirannya sama seperti diatas.

   (4,32 m^3/detik; 1,7 m)

6. Sebuah saluran irigasi mempunyai kemiringan 1 : 2.000, lebar dasarnya 4,8 m sedang sisi-sisinya miring dengan perbandingan, tegak lurus : mendatar = 1 ; 2.

   Bila dalamnya air 1,2 m dan C = 50. Hitunglah kecepatan alirannya dan besarnya debiet aliran.

   (1,03 m/detik; 8,9 m^3/detik)

7. Sebuah saluran terbuka yang penampangnya berbentuk trapesium, mempunyai lebar dasar 6 m, kemiringan sisinya mendatar : tegak lurus = 2 : 1.

   Kemiringan dasarnya 1 : 10.000. Hitunglah kecepatan alirannya v dan debiet alirannya, bila dalamnya air pada pusatnya 2,4 m. Pergunakan rumus Manning

   $$v = \frac{1}{r} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} \quad \text{bila } n = 0{,}025$$

   Hitung juga harga C pada rumus Chezy.

   (13,9 m/detik; 43)

8. Hitunglah debiet aliran maximum pada saluran berbentuk bulat yang bergaris tengah 0,9 m sedang kemiringannya 1 : 200, bandingkan hasil hitungannya dengan aliran air yang penuh pada tekanan atmosfir.

   Dianggap aliran maximum bila ujung-ujung keliling basahnya membuat sudut 308^0 pada pusat saluran, C = 55 pada rumus Chezy.

   (1,235 m^3/detik; 1,175 m^3/detik)

9. Diperlukan menggali saluran pada lapisan batu. Bentuk saluran segi empat panjang. Debiet alirannya 14,2 m^3/detik dialirkan dari jarak sejauh 6,5 km dengan kecepatan 2,25 m/detik. Hitunglah kemiringan dasar yang diperlukan dan penampang yang paling efisien C = 8,25

   (1 ; 1.200; D = 1,78 m; B = 3,56 m)

10. Hitunglah perbandingan-perbandingan sisi yang paling efisien pada saluran terbuka yang penampangnya berbentuk trapesium dengan sudut-sudut sisinya 60^0 terhadap garis mendatar. Diketahui $v = 58\ R^{0,57}\ I^{0,47}$

    Hitung ukuran sisi-sisi bila debiet alirannya 7,5 m^3 / detik sedang kemiringannya 1 : 1.760.

    ($B = (\frac{2}{3})\ D$, 1,67 m; 1,93 m)

11. Penampang sebuah saluran berbentuk bujur sangkar dengan sebuah diagonalnya tegak lurus, sisi-sisinya s sedang dalamnya permukaan air = y di bawah puncak salurannya. Buktikan bahwa y = 0,1275 bila dibuat alirannya maximum sedang y = 0,414 s bila kecepatannya maximum.

12. Sebuah saluran berbentuk trapesium dengan sudut sisi-sisinya 60^0 terhadap garis mendatar diperlukan untuk mengalirkan air sebesar 4,25 m^3/detik. Kemiringan dasarnya 1 : 9.000.

    Hitunglah dimensi saluran yang paling cocok bagi penampangnya yang luasnya minimum. Harga C = 49 pada rumus Chezy.

    (D = 2,14 m; B = 2,47 m)

13. Turunkan rumus untuk kedalaman air yang kecepatannya maximum pada saluran yang berbentuk bulat, dinyatakan dengan diameternya d.

    Bandingkan besarnya debiet aliran bila kecepatannya maximum dengan aliran penuh dalam salurannya yang sama dianggap bahwa harga C pada rumus Chezy tidak berubah, sedang tekanannya tetap tekanan atmosfir.

14. Sebuah saluran pembuangan berbentuk bulat telur mempunyai penampang yang dibentuk oleh lengkungan-lengkungan lingkaran. Bagian atasnya adalah $\frac{1}{2}$ lingkaran dengan jari-jari R. Luas penampangnya = 3 R^2; sedang keliling basahnya 4,32 R. Buktikan bila C harganya tetap pada rumus Chezy, bahwa aliran maximum terjadi bila ujung-ujung muka air membuat sudut 55^0 pada pusat lengkungan setengah lingkaran.

15. Air dialirkan untuk menjalankan sebuah turbine melalui saluran berbentuk bujur sangkar dengan satu diagonalnya tegak lurus. Debiet alirannya 8,5 m^3/detik dan aliran adalah debiet maximum pada tekanan atmosfir, kemiringan saluran 1 : 4.900. Hitunglah ukuran saluran bila $v = 80\ I^{\frac{1}{2}}\ R^{\frac{2}{3}}$

    (2,99 m)

16. Sebuah saluran yang ekonomis penampangnya berbentuk trapesium dengan sisi-sisinya miring 60^0 terhadap garis datar. Debiet alirannya 10 m^3/detik sedang kemiringan dasarnya 1 : 1.600. Hitunglah ukuran-ukuran dari penempangnya bila harga M pada rumus Manning = 74

    ($v = M_1^{\frac{1}{2}}\ R^{\frac{2}{3}}$).

    (d = 1,82 m; B = 2,11 m)

17. Tentukan perbandingan antara dalam d dan lebar b pada saluran berpenampang segi empat panjang yang luasnya A dan miringnya I bila debiet alirannya maximum.

    Tentukan dimendi-dimendi dari saluran tersebut di atas bila I = 1 : 2.000; Q = 5,6 m^3/detik.

    Berapa besar debiet alirannya bila dalamnya berkurang 6%; C = 66

    (1 : 2; 1,49; 2,97 m; 5,1 m^3/detik)

MILIK
Perpustakaan Nasional
Propinsi Jawa Timur